

## PHYSIQUE

### PARTIE II

Nb : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

---

*Les calculatrices sont autorisées.*

*L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.*

---

*De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.*

*Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.*

---

Les parties **A**, **B** et **C** sont totalement indépendantes

## Partie A : LE HAUT-PARLEUR

Il s'agit dans cette partie, d'illustrer l'application de l'induction électromagnétique dans le fonctionnement du haut-parleur électrodynamique.

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , à un repère de base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ . Le haut-parleur est essentiellement un système à symétrie cylindrique, constitué (figure 1) :

- d'un aimant immobile comprenant deux cylindres coaxiaux d'axe  $z'z$  horizontal et créant un champ magnétique  $\vec{B} = B \vec{e}_r$  radial, et de norme constante et uniforme dans l'« entrefer » ;
- d'une bobine indéformable (solénoïde)  $\mathcal{B}$  de même axe  $z'z$ , comportant  $N$  spires circulaires de rayon  $\rho$  et insérée dans l'entrefer ;
- d'une membrane souple (pavillon)  $\mathcal{M}$ , solidaire de la bobine, et pouvant subir des translations axiales de part et d'autre de sa position d'équilibre définie par  $z = 0$ .

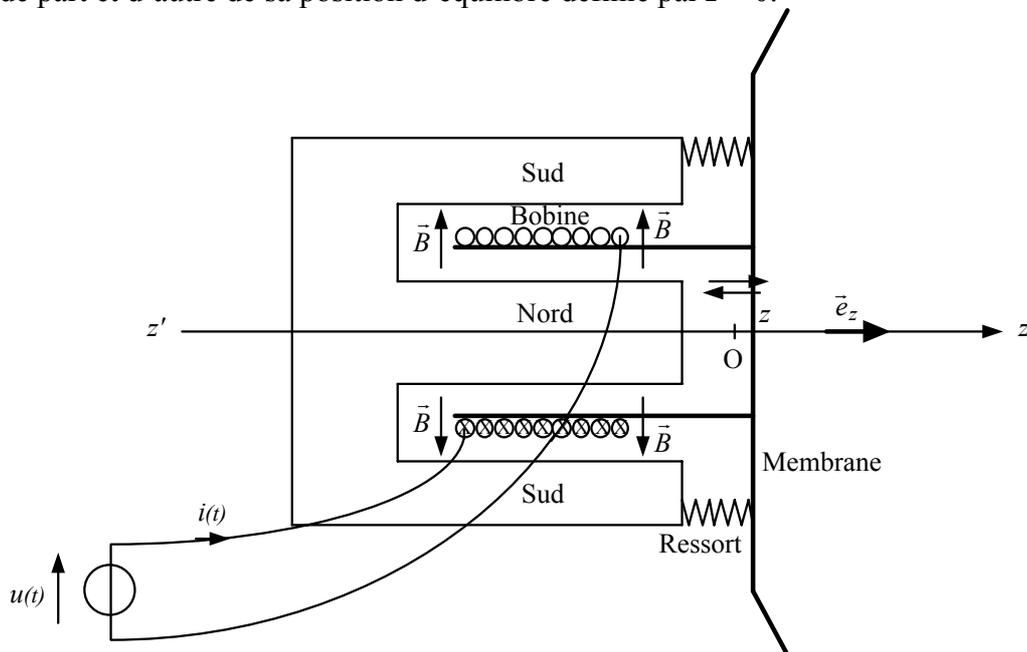


Figure 1

Lorsqu'une source de tension  $u(t)$  est branchée aux bornes de la bobine plongée dans le champ magnétique, celle-ci, parcourue par un courant d'intensité  $i(t)$ , se met en mouvement sous l'effet des forces de Laplace. Ce mouvement entraîne la membrane qui vibre dans l'air, créant ainsi des ondes sonores.

Dans l'air, le mouvement crée une force de frottement fluide  $\vec{f}_f = -\alpha \cdot v \vec{e}_z$ , opposée ( $\alpha$  constante positive) à la vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_z$  de la membrane.

L'ensemble  $\{\mathcal{M}, \mathcal{B}\}$ , de masse  $m$ , est élastiquement lié à un support fixe par un dispositif élastique, modélisé par un ressort unique de constante de raideur  $k$  et exerçant sur l'ensemble une force de rappel  $\vec{f}_r = -k \cdot z \vec{e}_z$ .

Il est admis qu'au cours des déplacements, le poids du dispositif et la réaction du support se compensent.

D'un point de vue électrique, la bobine est modélisée par une inductance pure  $L$  en série avec une résistance  $R$ .

Le problème est considéré dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

## I. Étude préliminaire

L'espace est, pour cette seule question, rapporté en coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , à un repère de base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Soit un courant d'intensité  $i$  positive qui circule dans une portion AD de fil rigide, parallèle à l'axe  $Ox$ , de longueur  $AD = \ell$ , de milieu  $\Omega$  et plongée dans le champ magnétique  $\vec{B} = B \vec{e}_y$  uniforme, avec  $B > 0$ . Les fils de connexion sont parallèles à l'axe  $Oy$  (figure 2).

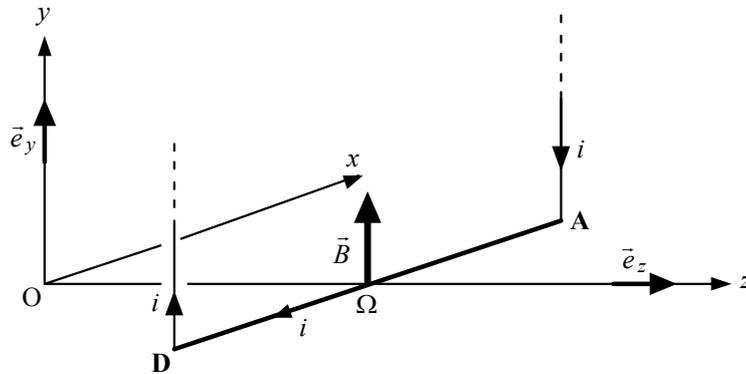
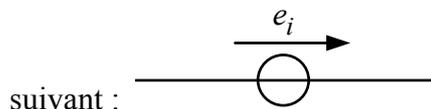


Figure 2

- 1) Recopier sommairement le schéma de la figure 2 et dessiner la résultante  $\vec{f}_L$  des forces de Laplace qui s'exercent sur la portion de fil AD.
- 2) Déterminer, en fonction des données de l'énoncé, l'expression vectorielle de cette force  $\vec{f}_L$ .
- 3) La portion de fil rigide AD et les fils de connexion sont animés d'un mouvement de translation de vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_z$ , (avec  $v$  algébrique).
  - 3.1 Dessiner, sur le schéma précédent (§ A.I.1), et dans le cas d'une vitesse  $v$  positive, le vecteur champ électromoteur  $\vec{E}_{m,i}$  induit dans la portion de fil AD.
  - 3.2 Préciser sur cette portion de fil AD (schéma § A.I.1), toujours dans le cas d'une vitesse  $v$  positive, l'orientation de la f.é.m. (force électromotrice) induite  $e_i$  en utilisant le symbole



- 3.3 Établir l'expression de cette f.é.m. induite  $e_i$ .

*La suite des questions porte désormais sur le fonctionnement du haut-parleur*

## II. Comportement mécanique de la partie mobile du haut-parleur

- 1) Écrire, en fonction des données de l'énoncé, l'expression vectorielle de la résultante  $\vec{f}_L$  des forces de Laplace qui s'exercent sur la bobine  $\mathcal{B}$ , parcourue par le courant d'intensité  $i(t)$ .
- 2) Par application du théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble  $\{\mathcal{M}, \mathcal{B}\}$  de masse  $m$ , établir une équation différentielle qui relie  $z(t)$  et  $i(t)$ , et qui traduit le comportement mécanique de la partie mobile du haut-parleur. Cette équation, notée  $(E_1)$ , est de la forme :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + a \frac{dz}{dt} + b z = c i(t) \quad (E_1)$$

avec  $a, b$  et  $c$  constantes.

- 3) Exprimer les coefficients  $a, b$  et  $c$  en fonction des données de l'énoncé.

### III. Loi des mailles et comportement électrique

1) Montrer que la f.é.m. (force électromotrice) induite  $e_i(t)$  dans la maille, constituée par le générateur de tension  $u(t)$  et la bobine, s'exprime sous la forme  $e_i(t) = h \frac{dz}{dt}$  (avec  $h$  constante positive).

Exprimer  $h$  en fonction des données de l'énoncé.

2) Appliquer la loi des mailles à l'ensemble générateur-bobine et écrire l'équation différentielle, vérifiée par le courant  $i(t)$ , qui traduit le comportement électrique du haut-parleur. Cette équation, notée  $(E_2)$ , est de la forme :

$$u(t) = a' \frac{di}{dt} + b' i(t) + c' \frac{dz}{dt} \quad (E_2)$$

avec  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  constantes.

3) Exprimer les coefficients  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  en fonction des données de l'énoncé.

### IV. Tension d'alimentation $u(t)$ alternative sinusoïdale

La tension  $u(t)$  d'alimentation du haut-parleur est alternative sinusoïdale, de pulsation  $\omega$ . Aux grandeurs physiques  $u(t)$ ,  $i(t)$  et  $z(t)$ , toutes de pulsation  $\omega$ , peuvent être associées les fonctions complexes respectives  $\underline{u}(t) = \underline{u}_o e^{j\omega t}$ ,  $\underline{i}(t) = \underline{i}_o e^{j\omega t}$  et  $\underline{z}(t) = \underline{z}_o e^{j\omega t}$ . Il est rappelé que la dérivée temporelle d'une fonction complexe  $f$  du type  $f(t) = f_o e^{j\omega t}$  s'écrit :  $\frac{df}{dt} = j\omega f$ .

En combinant les équations différentielles  $(E_1)$  et  $(E_2)$ , la tension d'alimentation  $\underline{u}(t)$  et l'intensité  $\underline{i}(t)$  vérifient l'équation  $\underline{u}(t) = \underline{Z} \underline{i}(t)$ , expression dans laquelle  $\underline{Z}$  est une impédance complexe. L'ensemble générateur–haut-parleur peut donc être représenté par le modèle électrique suivant (figure 3) :

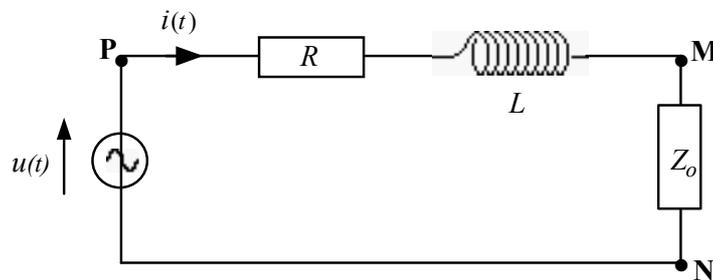


Figure 3

modèle dans lequel le dipôle MN présente l'impédance complexe  $\underline{Z}_o$ .

1) Donner l'impédance complexe  $\underline{Z}_{PM}$  du dipôle PM.

2) En posant  $\beta = 2\pi\rho NB$  et  $\gamma = \left(\frac{k}{\omega} - m\omega\right)$ , exprimer, en fonction de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , l'impédance complexe  $\underline{Z}_o$ .

## Partie B : ALIMENTATION D'UNE LAMPE FLASH

Dans cette partie, est envisagé un moyen simplifié d'obtenir, à partir d'une source de tension constante  $E$ , et sans autre apport d'énergie extérieure :

- une tension alternative sinusoïdale ;
- une tension constante  $E'$  très supérieure à  $E$  ( $E' \approx 200 E$ ).

Le problème est considéré dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

Cet exercice porte sur l'étude d'un montage électromagnétique capable d'alimenter le flash d'un appareil photographique, à l'aide d'une petite pile du commerce, de force électromotrice (f.é.m.) continue  $E = 1,5 \text{ V}$ .

### I. Obtention d'un courant alternatif sinusoïdal

Une association série «  $L, C$  », constituée d'un condensateur de capacité  $C$  et d'une bobine d'inductance  $L$ , est alimentée par une pile de f.é.m.  $E$  constante (source indépendante de tension) et de résistance interne  $R$  (figure 4). À l'instant initial  $t = 0$ , le condensateur de capacité  $C$  est **déchargé** ( $q_{(t=0)} = 0$ ) et l'interrupteur **K** est actionné afin de fermer le circuit.

*Principaux rappels :*

- la continuité de la tension  $u_C(t)$  aux bornes d'un condensateur, et la continuité de l'intensité du courant circulant dans une bobine sont toujours vérifiées ;
- la tension aux bornes du condensateur s'écrit  $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$ .

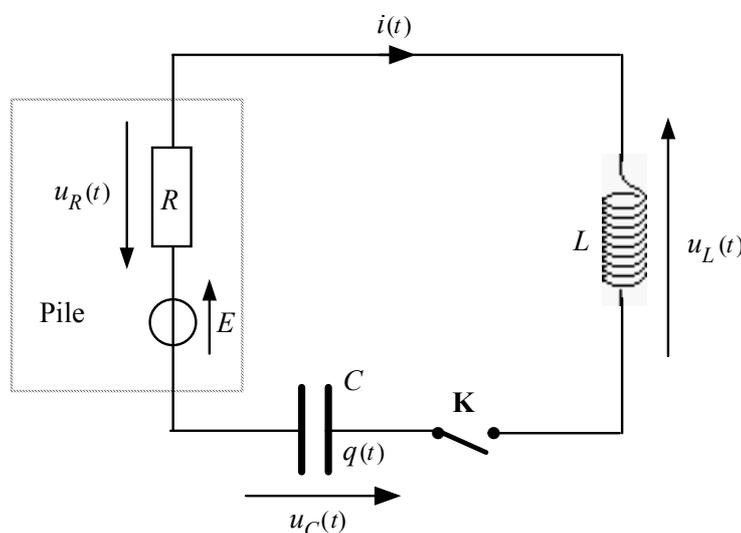


Figure 4

- 1) Donner, sans calcul, les valeurs, à l'instant initial, des tensions  $u_{R(t=0)}$  (aux bornes du résistor) et  $u_{C(t=0)}$  (aux bornes du condensateur).
- 2) En déduire la valeur de  $u_{L(t=0)}$ .
- 3) En dérivant deux fois (par rapport au temps) l'équation donnée par la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par  $u_L(t)$  aux bornes de la bobine. Cette équation différentielle, notée **(E<sub>3</sub>)**, se met sous la forme :

$$\frac{d^2 u_L}{dt^2} + a \frac{du_L}{dt} + b u_L(t) = 0 \quad (\mathbf{E}_3)$$

avec  $a$  et  $b$  constantes.

- 4) Exprimer les constantes  $a$  et  $b$  en fonction des données de l'énoncé.
- 5) Premier cas : la résistance est négligeable (absence du terme d'amortissement).
- 5.1 Résoudre l'équation (E<sub>3</sub>), sachant que  $R = 0$ , et écrire l'expression de la fonction  $u_L(t)$ . Quelle est la nature de cette tension ?
- 5.2 Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, la pulsation  $\omega_0$ , appelée pulsation propre du circuit.
- 5.3 Dessiner l'allure de la courbe représentative de la fonction  $u_L(t)$ .
- 6) Second cas : la résistance n'est pas négligeable, et les composants du circuit sont tels que la relation  $R < 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$  est vérifiée.
- 6.1 Résoudre l'équation (E<sub>3</sub>) et écrire la nouvelle expression de la fonction  $u_L(t)$ .
- 6.2 Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, la pseudo-pulsation  $\Omega$  de la fonction  $u_L(t)$ .
- 6.3 Dessiner l'allure de la courbe représentative de la fonction  $u_L(t)$ .
- 7) Conclusion : pour quelle(s) valeur(s) de  $R$  la tension  $u_L(t)$  sera-t-elle alternative sinusoïdale ?

## II. Alimentation du flash

Solénoïde à faible nombre de spires, la bobine précédente (§ B.I.) est en réalité le « primaire » d'un transformateur, dont le « secondaire » est assuré par un second solénoïde, à nombre de spires beaucoup plus important. Ces deux enroulements sont liés magnétiquement par un noyau de fer doux. Ce dispositif permet de fournir, à partir de la tension alternative supposée sinusoïdale  $u_L(t)$ , de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $U_{L,m}$  aux bornes du primaire, une tension alternative sinusoïdale  $u'(t)$ , de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $U'_m = k U_{L,m}$  aux bornes du secondaire, avec  $k > 1$  ( $k \approx 200$  dans le cas d'un flash d'appareil photographique). La tension variable ainsi produite aux bornes du « secondaire » est ensuite « redressée », afin d'obtenir, aux bornes du dipôle AB, une tension constante (figure 5).

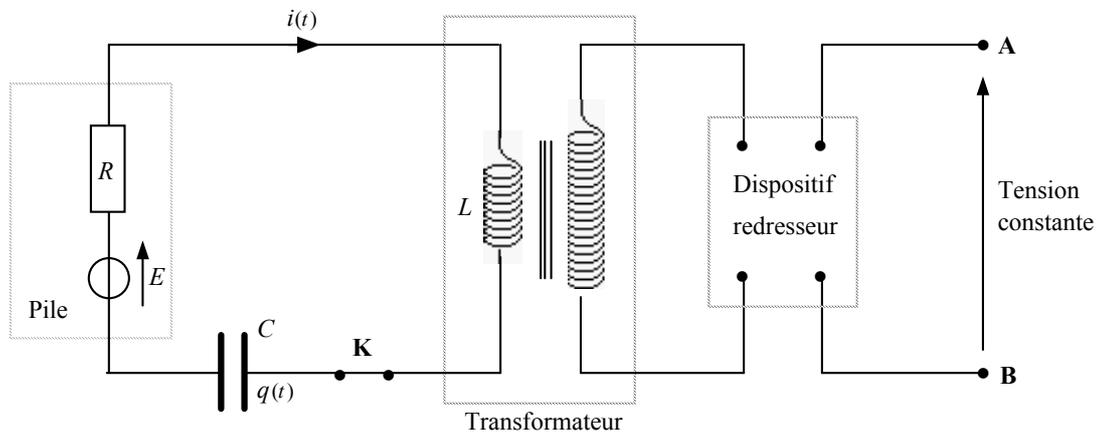


Figure 5

Le dipôle AB, équivalent à un générateur de Thévenin, de f.é.m.  $E'$  constante (avec  $E' = 200 E$ ) et de résistance  $R'$ , permet d'alimenter le flash (figure 6). Lorsque l'interrupteur  $K$  est en position (1), le dispositif assure la charge d'un condensateur de capacité  $C'$ . Dès que la charge de ce condensateur a pratiquement atteint sa valeur maximale  $q'_0$ , le flash est prêt à fonctionner. À l'instant initial  $t = 0$ , la mise en place de l'interrupteur  $K$  en position (2) permet la décharge du condensateur dans le résistor symbolisant le flash de résistance  $R_f$ , ce qui provoque l'émission d'un éclair lumineux.

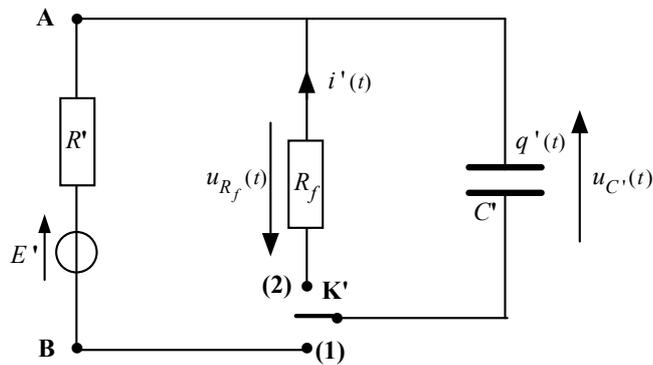


Figure 6

- 1) Exprimer, en fonction de  $C'$  et  $E'$ , la charge maximale  $q'_0$  du condensateur.
- 2) Soit  $i'(t)$  l'intensité du courant qui circule dans le résistor de résistance  $R_f$  (orientation donnée sur la figure 6). Déterminer, pour  $t \geq 0$ , l'expression de la fonction  $i'(t)$ .
- 3) Dessiner l'allure de la courbe représentative de la fonction  $i'(t)$ .
- 4) Exprimer, en fonction de  $R_f$  et  $C'$ , l'ordre de grandeur  $\Delta t$  du temps nécessaire à la décharge du condensateur.
- 5) *Application numérique* :  $R_f = 10 \Omega$  ;  $C' = 10^{-4} \text{ F}$ .  
Proposer une valeur numérique de  $\Delta t$ .

### Partie C : CHAUFFAGE DANS UN FOUR À MICRO-ONDES

Une brioche (gâteau) notée **(B)**, considérée comme homogène, isotrope et sphérique (rayon  $R$  et centre  $O$ ), est réchauffée dans un four à micro-ondes.

Hypothèses de travail :

- tout point  $M$  de l'espace est repéré notamment par le vecteur  $\vec{OM} = r \vec{e}_r$ , avec  $\vec{e}_r$  vecteur « tournant » d'un système de coordonnées sphériques, d'origine  $O$  ;
- la sphère **(B)**, constituée d'un matériau de conductivité thermique  $\lambda$  constante, est conductrice de la chaleur ;
- la conduction thermique est unidimensionnelle (variable  $r$ ) et radiale : les surfaces isothermes sont sphériques, de centre  $O$  ;
- à l'intérieur de **(B)**,  $\vec{j}_{th}(r)$  (en  $\text{W m}^{-2}$ ) est le vecteur densité de flux thermique, vecteur radial, et  $\Phi(r)$  (en  $\text{W}$ ) le flux thermique à travers la sphère de rayon  $r$ , de centre  $O$  et de surface  $S(r)$  ;
- $\vec{j}_{th}$  est lié à la température par la loi de Fourier :  $\vec{j}_{th} = -\lambda \text{grad } T$ , expression qui s'écrit, compte tenu des considérations de symétrie :

$$\vec{j}_{th} = j_{th}(r, t) \vec{e}_r = -\lambda \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \vec{e}_r ;$$

- à l'intérieur du four, l'appareil délivre une puissance thermique totale  $P_{th}$  constante, entièrement absorbée par **(B)** (l'air sec enveloppant la brioche est insensible aux micro-ondes) ;
- la puissance volumique  $p$  (en  $\text{W m}^{-3}$ ), absorbée à l'intérieur du gâteau, est supposée uniforme et constante ;
- le flux thermique sortant de la brioche s'évacue rapidement, grâce à l'air ventilé, à l'extérieur du four : la paroi externe de **(B)** est ainsi maintenue à la température constante  $T_o$  ;

- l'air sec enveloppant la brioche ne présente aucune absorption thermique, et est maintenu à la température constante  $T_o$  ;
  - le phénomène est envisagé en régime permanent et stationnaire :  $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT(r)}{dr} \vec{e}_r$ .
- 1) Rappeler la relation qui existe entre  $\Phi(r)$ ,  $j_{th}(r)$  et  $S(r)$ .
  - 2) Soit le volume élémentaire  $dV$  de  $(\mathbf{B})$ , compris entre les sphères concentriques, de centre O et de rayons respectifs  $r$  et  $r+dr$ . Exprimer, en fonction de la variable  $r$ , le volume élémentaire  $dV$ .
  - 3) En déduire, en fonction de  $p$  et de la variable  $r$ , la puissance thermique  $dP_{th}$  reçue, grâce à l'absorption des micro-ondes, par cet élément de volume  $dV$ .
  - 4) Présenter, toujours pour cet élément de volume élémentaire  $dV$ , un bilan des flux thermiques, c'est-à-dire une relation entre les flux  $\Phi(r)$  et  $\Phi(r+dr)$ .
  - 5) En déduire une équation différentielle reliant la fonction  $T(r)$  et la variable  $r$ , et qui s'écrit sous la forme :  $\frac{dT(r)}{dr} = K_1 r + \frac{K_2}{r^2}$ , avec  $K_1$  et  $K_2$  constantes.
  - 6) Quelles relations existe-t-il, toujours en régime stationnaire, entre  $\Phi(R)$  et  $P_{th}$  d'une part, et  $P_{th}$  et  $p$  d'autre part ?
  - 7) En déduire la valeur de la constante  $K_2$ .
  - 8) Intégrer l'équation différentielle de la question § 5, et déterminer l'expression de la température  $T(r)$  à l'intérieur de la brioche, en se rappelant que  $T(R) = T_o$ .
  - 9) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $T(r)$ .
  - 10) Localiser la partie la plus « carbonisée » de la brioche, si celle-ci est maintenue trop longtemps dans le four en fonctionnement.

**Fin de l'énoncé**