Les calculatrices sont **autorisées**.

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

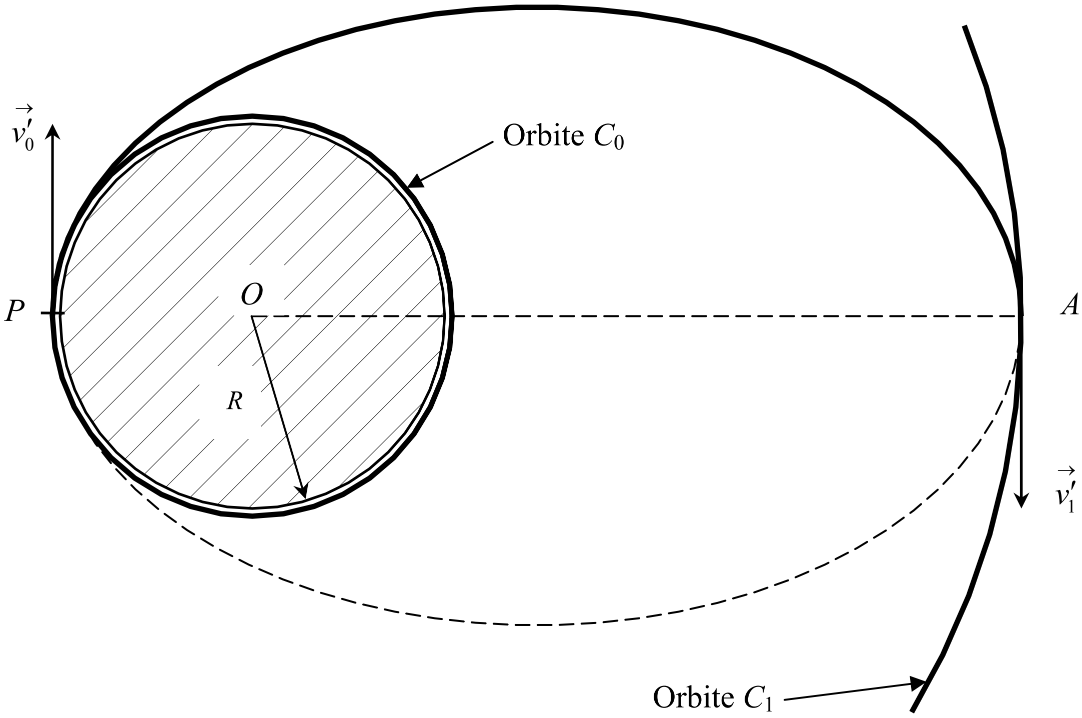
<u>Avertissement</u> : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 :

La Terre est considérée comme un astre sphérique de centre *O*, de rayon *R* et de masse *M*. Le référentiel géocentrique est supposé galiléen. La Terre est animée par rapport à ce référentiel d'un mouvement de rotation uniforme de période T_1.
On désigne par g_0 l'intensité du champ de gravitation terrestre à la surface de la Terre.
On place un satellite (*S*) de masse *m* sur une orbite circulaire C_0 située dans le plan équatorial et d'altitude *z* faible devant *R*.
On considère que sur l'orbite C_0 le satellite est soumis au champ de pesanteur $\overrightarrow{g_0}$ identique à celui qui règne au niveau du sol.

1.1 Déterminer la vitesse v_0 du satellite (*S*) en fonction de g_0 et *R*.
1.2 Exprimer la période T_0 du satellite (*S*) en fonction de g_0 et *R*.
1.3 Déterminer la vitesse v_E d'un point de l'équateur terrestre en fonction de *R* et T_1 ainsi que le rapport $\left(\dfrac{v_E}{v_0}\right)^2$.
1.4 <u>Application numérique</u> :
Calculer le rapport $\left(\dfrac{v_E}{v_0}\right)^2$ pour *R* = 6400 km, $g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$ et T_1 = 24 h.

Dans la suite du problème, on négligera v_E^2 devant v_0^2.



On place maintenant le satellite (S) sur une nouvelle orbite C_1 située dans le plan équatorial. On désire que (S) soit vu immobile de tout point de la surface terrestre.
On ne considère plus que z est très petit devant R.

1.5 Exprimer le champ de pesanteur g en fonction de g_0.

1.6 Déterminer le rayon R_1 de cette nouvelle orbite C_1. En déduire le rapport $x = \dfrac{R_1}{R}$.

1.7 Déterminer la vitesse v_1 du satellite (S) sur l'orbite C_1 en fonction de x et v_0.

1.8 Exprimer en fonction de $K_0 = \dfrac{1}{2} m v_0^2$ et de x, le travail W nécessaire pour amener le satellite (S) sur l'orbite C_1 depuis la surface terrestre.

La mise en orbite géostationnaire du satellite (S) est réalisée de la manière suivante :

- Phase 1 : On lance le satellite (S) depuis la surface terrestre sur l'orbite C_0. On désigne par W_1 le travail nécessaire à cette opération.
- Phase 2 : En un point P de C_0, on communique au satellite (S) en un temps très bref une nouvelle vitesse v'_0 de manière à le placer sur une orbite elliptique tangente à C_1 au point A. On désigne par v'_1 la vitesse du satellite (S) à son arrivée au point A.
- Phase 3 : Au point A, on fait passer la vitesse du satellite (S) de v'_1 à v_1.

1.9 Exprimer W_1 le travail nécessaire à la phase 1 en fonction de K_0.

1.10 Déduire de l'énergie sur C_0 et sur la trajectoire parabolique la vitesse v'_0 en fonction de v_0 et de x.

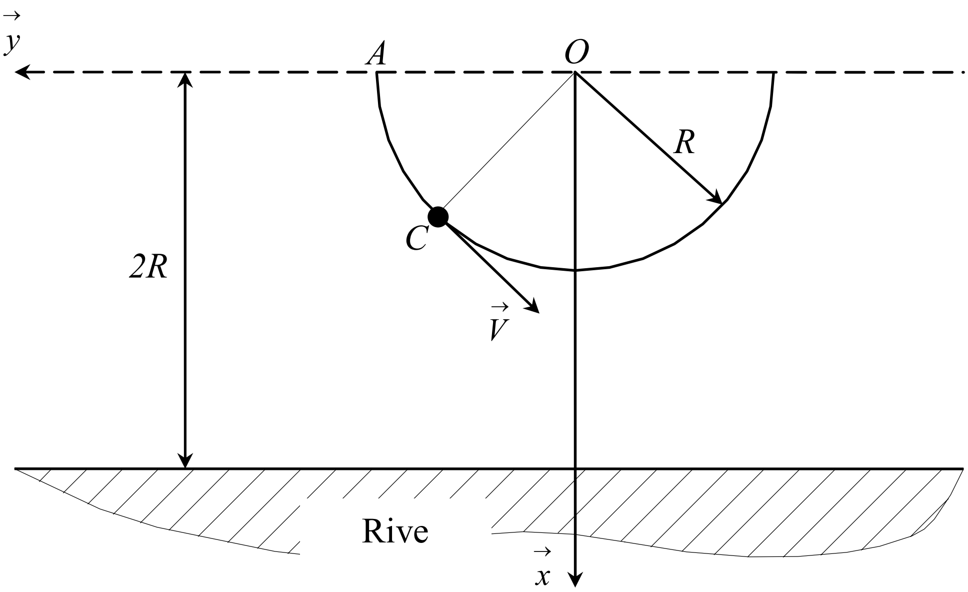
1.11 Exprimer le travail W_2 nécessaire à la phase 2 en fonction de K_0 et de x.

1.12 Déterminer la vitesse v'_1 en fonction de v_0 et de x.

1.13 Exprimer le travail W_3 nécessaire à la phase 3 en fonction de K_0 et de x. Comparer le travail W calculé à la question 1.8 et la somme $W_1 + W_2 + W_3$.

1.14 Déduire de la 3[eme] loi de Kepler la durée t du transfert du satellite (S) de l'orbite C_0 à l'orbite C_1 en fonction de T_1 et de x.

Exercice 2 :



Dans le référentiel galiléen $\Re(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, un bateau à moteur, assimilable à un point matériel, décrit dans le plan horizontal $(O, \vec{x}, \vec{y})$ un cercle de rayon R avec une vitesse de norme constante V. Il part du point A à l'instant $t = 0$. A chaque instant le bateau crée des vagues qui se propagent à la vitesse $\frac{V}{2}$.

A l'instant t_C, le bateau arrive au point C.

2.1 Déterminer les coordonnées x_C et y_C du point C en fonction de R, V et t_C.

On ne s'intéresse qu'aux portions de vagues qui se propagent suivant l'axe $\vec{x}$.

2.2 Déterminer la distance qu'il reste à parcourir à la portion de vague issue de C afin d'atteindre la rive située à la distance $d = 2R$ du point O.

2.3 En déduire l'instant T où cette portion de vague atteint la rive en fonction de R, V et t_C.

On s'intéresse maintenant au point C d'où sera issue la 1[ère] vague qui atteindra la rive.

2.4 En considérant la dérivée de l'instant T par rapport à t_C, déterminer l'instant t_C où le bateau crée cette vague en fonction de R et V.

2.5 En déduire l'instant T_1 où cette vague atteint la rive en fonction de R et V.

2.6 <u>Application numérique</u> :
Calculer la distance d séparant le point O de la rive si $T_1 = 3$ min et $V = 18\ \text{km.h}^{-1}$.

Fin de l'énoncé