SESSION 2007

CONCOURS NATIONAL D'ADMISSION DANS LES GRANDES ECOLES D'INGENIEURS

(Concours National DEUG)

Epreuve commune aux 3 options (Mathématiques, Physique, Chimie)

MECANIQUE - PARTIE I

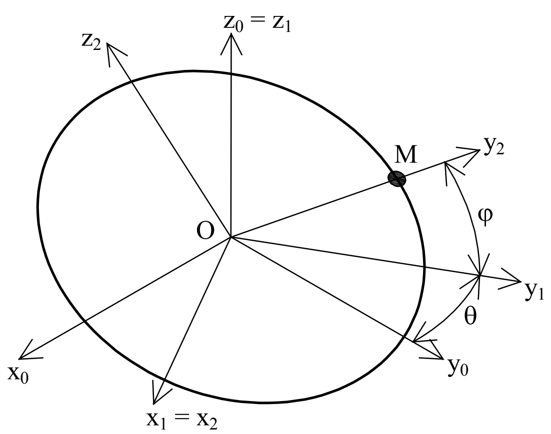
Durée : 2 heures

Les calculatrices sont **autorisées**.

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

<u>Avertissement</u> : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 :



Un cerceau de centre fixe O et de rayon r, tourne autour de son diamètre vertical fixe $O\vec{z}_0$ avec une vitesse angulaire ω constante. Ce cerceau est constitué d'un tube creux de diamètre négligeable à l'intérieur duquel une bille, assimilée à un point matériel M de masse m, peut se déplacer sans frottement.
Le référentiel $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel absolu $\Re_0$ est associé à la terre T.
On note $\Re_1$ le référentiel relatif rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$. Le repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, lié rigidement au cerceau, se déduit à chaque instant de $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par une rotation d'angle θ autour de l'axe $O\vec{z}_0$. L'axe $O\vec{y}_1$ est toujours situé dans le plan du cerceau.

On note $\Re_2$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{OM} = r\,\vec{y}_2$. Le repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ se déduit à chaque instant de $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par une rotation d'angle φ autour de l'axe $O\vec{x}_1$.

On note g l'accélération de la pesanteur.

1.1 Déterminer $\vec{\gamma}_e$ l'accélération d'entraînement du point M et l'exprimer dans $\Re_1$.

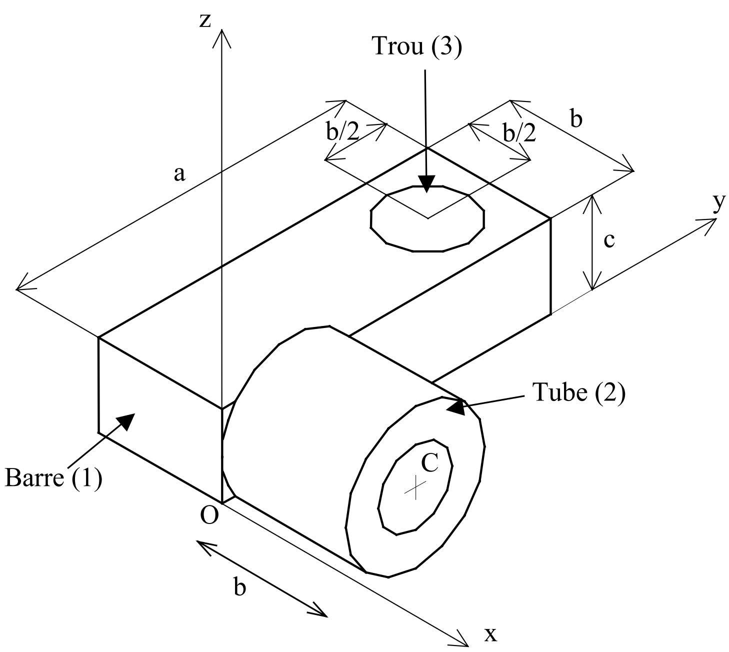
1.2 Déterminer $\vec{\gamma}_c$ l'accélération complémentaire du point M et l'exprimer dans $\Re_1$.

1.3 Déterminer $\vec{\gamma}_r$ l'accélération relative du point M dans le repère $\Re_1$ et l'exprimer dans $\Re_1$.

1.4 Déterminer $\vec{\gamma}_a$ l'accélération absolue du point M dans le repère $\Re_0$ et l'exprimer dans $\Re_1$.

1.5 Calculer $\vec{\gamma}_a$ sans utiliser la composition des mouvements et la comparer avec le résultat trouvé à la question 1.4.

Exercice 2 :



Soient une barre (1) en aluminium percée d'un trou (3) de diamètre d_3 et son support en acier pris dans un tube (2) de hauteur b, de diamètre intérieur d_i et de diamètre extérieur d_e. L'axe du tube et l'axe de la barre sont dans le même plan. Le terme 'barre pleine' désigne la barre (1) sans le trou (3).

On note ρ_1 la masse volumique de l'acier et ρ_2 celle de l'aluminium.

Le point C est tel que $\vec{OC} = b\,\vec{x} + \frac{d_e}{2}\vec{y} + \frac{c}{2}\vec{z}$

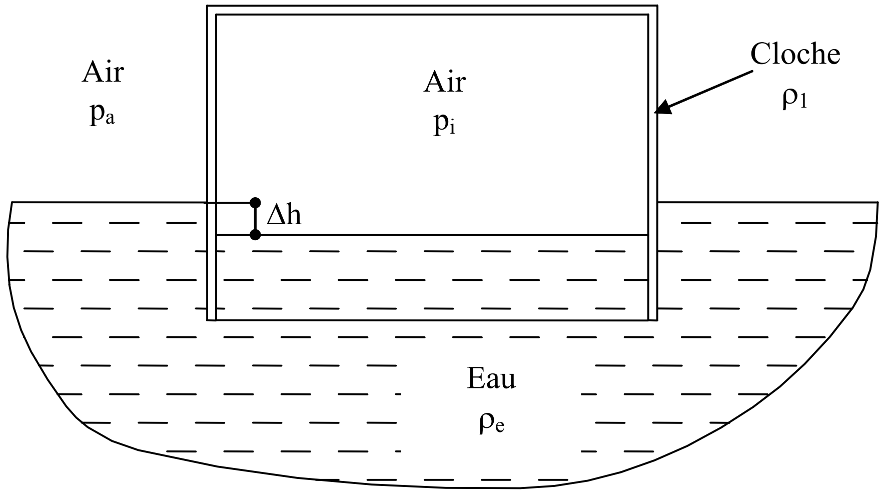
2.1 Déterminer les masses m_1 et m_2 de la barre pleine (1) et du tube (2) ainsi que celle m_3 de la partie enlevée pour créer le trou (3).

2.2 Donner la position des centres de gravité G_1, G_2 et G_3 de la barre pleine (1), du tube (2) et du trou (3).

2.3 Déterminer la position du centre de gravité G du solide composé de (1)+(2)-(3).

2.4 Application numérique : Calculer la position du centre de gravité G pour a = 80 mm, b = 30 mm, c = 20 mm, d_i = 18 mm, d_e = 34 mm, d_3 = 20 mm, ρ_1 = 7,8 kg/dm^3 et ρ_2 = 2,7 kg/dm^3.

Exercice 3 :



Un gazomètre est formé d'une cloche cylindrique à fond plat en acier de masse volumique ρ_1, de rayon intérieur R, de hauteur H et d'épaisseur faible e. On note V le volume utile de cette cloche.

3.1 Déterminer la relation entre R et H pour que le poids de cette cloche soit minimal à volume utile constant.

Avec cette hypothèse, cette cloche est renversée sur une cuve à eau de surface libre fixe. Elle est en partie immergée et contient de l'air.
On note ρ_e la masse volumique de l'eau, p_a la pression atmosphérique et g l'accélération de la pesanteur.

3.2 En étudiant l'équilibre de la cloche, en déduire la pression p_i à l'intérieur de la cloche en fonction de e, ρ_1, g et p_a.

3.3 En déduire la variation de hauteur Δh entre le niveau de la surface libre et celui de l'eau à l'intérieur de la cloche en fonction de e, ρ_1 et ρ_e.

3.4 <u>Application numérique</u> : Calculer la variation de hauteur Δh pour $e = 4\,\text{mm}$, $\rho_1 = 7800\ \text{kg/m}^3$ et $\rho_e = 1000\,\text{kg/m}^3$

Fin de l'énoncé