SESSION 2006

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

MECANIQUE

PARTIE II

Durée : 2 heures

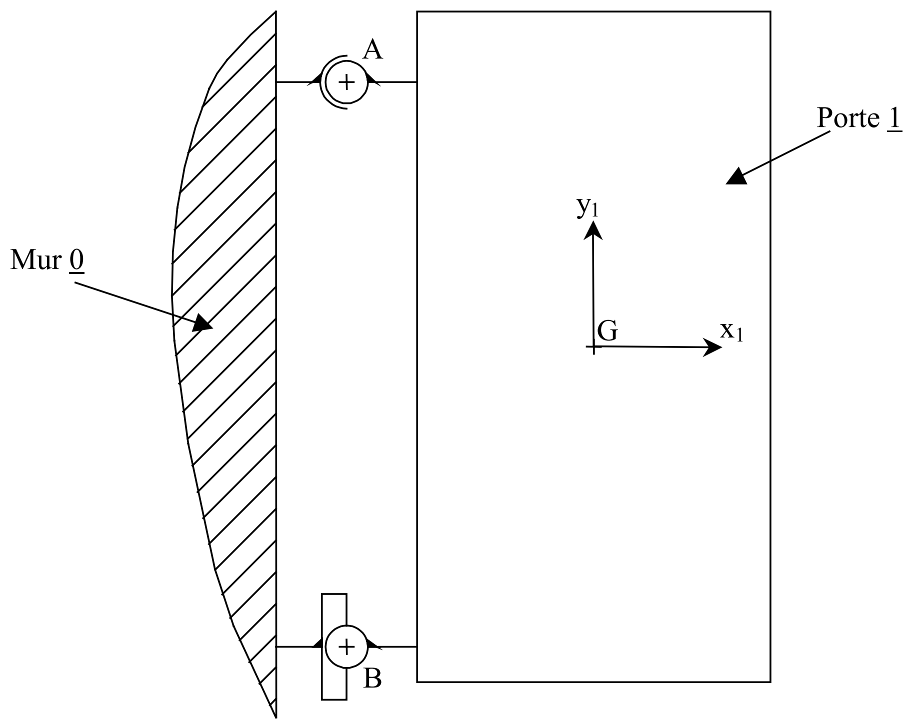
PARTIE II

*Les calculatrices sont **autorisées**.*

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Avertissement : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Etude d'une porte



On étudie ici le schéma cinématique d'une porte 1 en liaison aux points *A* et *B* avec le mur 0.

Le référentiel terrestre $\Re_1$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(G, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$. Le référentiel $\Re_1$ est associé à la porte 1.

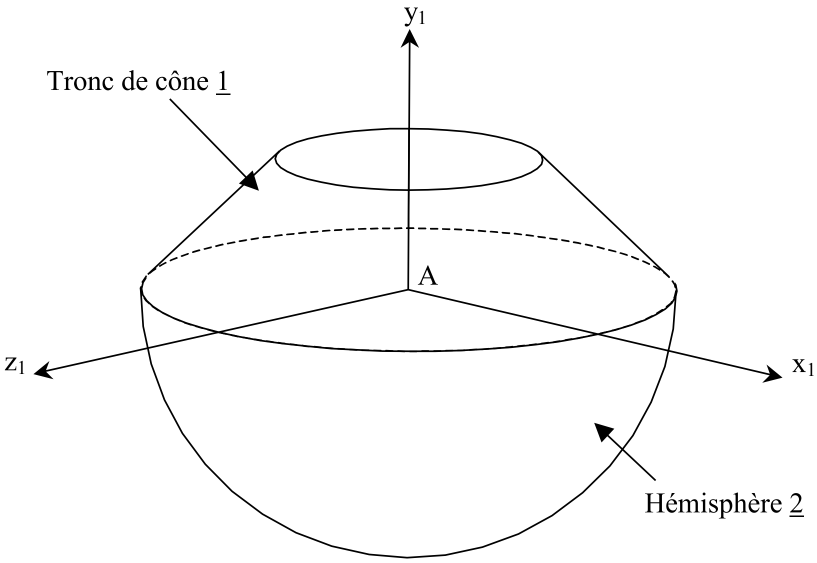
On suppose que les liaisons en *A* et en *B* sont parfaites.

1.1 Identifier les liaisons en *A* et en *B*. On prendra soin de bien noter le nom de la liaison ainsi que sa caractéristique (axe, normale, centre…). Par exemple, liaison PIVOT d'axe $C\vec{y}$.

1.2 Pour chaque liaison, déterminer la forme du torseur cinématique correspondant.

1.3 En explicitant le fait que la puissance des actions transmissibles par chaque liaison est nulle, déterminer les torseurs $\{T_{1/0}\}_A$ et $\{T_{1/0}\}_B$ des actions transmissibles par les liaisons en *A* et en *B*.

Exercice 2 : Culbuto

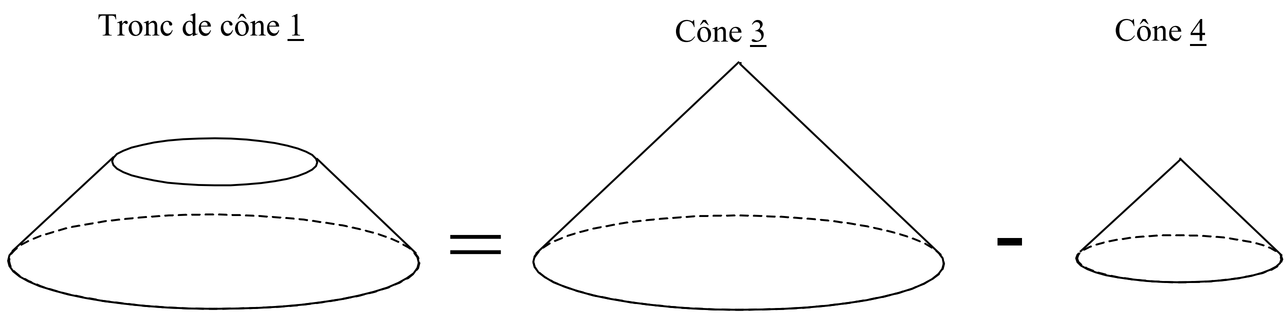


On considère un culbuto (*S*) constitué d'un tronc de cône 1 sur lequel on a collé un hémisphère 2 sur sa grande base. Le tronc de cône 1, de masse volumique ρ_1, possède une grande base de rayon *R*, une petite base de rayon $\frac{R}{2}$ et une hauteur $\frac{R}{2}$. L'hémisphère 2, de masse volumique ρ_2, est de rayon *R*.

Le point *A* désigne le centre de la grande base du tronc de cône 1 ainsi que le centre de la base de l'hémisphère 2.

Le référentiel terrestre $\Re_1$ est rapporté au repère $(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$. Le référentiel $\Re_1$ est associé au culbuto (*S*).

Par la suite, on considérera que le tronc de cône 1 est obtenu par la soustraction de deux cônes 3 et 4, le cône 3 ayant une base de rayon *R* et une hauteur *R* tandis que le cône 4 possède une base de rayon $\frac{R}{2}$ et une hauteur $\frac{R}{2}$.



<u>Géométrie des masses</u> :

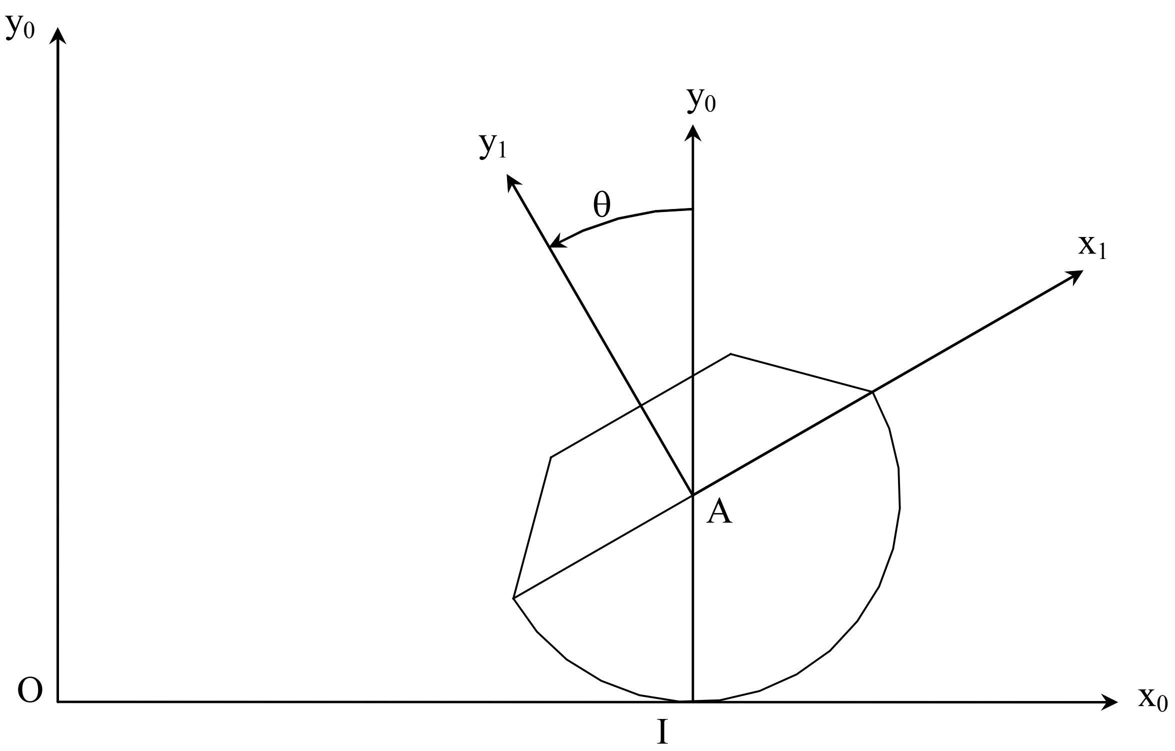
2.1 Déterminer m_3, m_4 et m_1 respectivement les masses du cône <u>3</u>, du cône <u>4</u> et du tronc de cône <u>1</u> en fonction de ρ_1 et *R*. En déduire m_3 et m_4 en fonction de m_1.

2.2 Déterminer la masse m_2 de l'hémisphère <u>2</u> en fonction de ρ_2 et *R*.

2.3 Déterminer la position du centre de gravité G_1 du tronc de cône <u>1</u> en fonction de *R*.

Le centre de gravité G_2 de l'hémisphère <u>2</u> est tel que $\overrightarrow{AG_2} = -\frac{3}{8} R \overrightarrow{y_1}$.

2.4 Déterminer la position du centre de gravité *G* du culbuto (*S*) en fonction de ρ_1, ρ_2 et *R*.



On écarte le culbuto (*S*) de sa position d'équilibre et on étudie ses oscillations autour de l'axe $A\overrightarrow{z_1}$.

Le culbuto (*S*) roule sans glisser en *I* sur l'axe $O\overrightarrow{x_0}$. Le culbuto (*S*) n'est alors soumis qu'à 2 actions extérieures : son poids propre $\overrightarrow{P}$ au point *G* et l'action de contact $\overrightarrow{R_{sol/S}}$ au point *I*.
On note $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{y_0}$ l'accélération de la pesanteur.
On suppose que les points *A*, *I* et *G* restent constamment dans le plan $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au sol.

Le repère $(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, se déduit à chaque instant de $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ par une rotation d'angle θ autour de l'axe $A\overrightarrow{z_0}$.

2.5 Où doit se situer le point G pour que ces oscillations soient possibles ? En déduire une relation entre ρ_1 et ρ_2.

2.6 On désire maintenant que $\overrightarrow{AG} = -\frac{R}{4}\overrightarrow{y_1}$, déterminer la relation donnant ρ_2 en fonction de ρ_1.

2.7 Déterminer la masse *M* du culbuto (*S*) en fonction de ρ_1. En déduire m_1 et m_2 en fonction de *M*.

Etude cinématique :

2.8 Exprimer la vitesse de rotation $\vec{\Omega}(S/\Re_0)$ du culbuto (*S*) par rapport à $\Re_0$.

2.9 Déterminer la vitesse $\vec{V}(I \in S/\Re_0)$ du point *I* appartenant au culbuto (*S*) par rapport à $\Re_0$.

2.10 Déterminer la vitesse $\vec{V}(A \in S/\Re_0)$ du point *A* appartenant au culbuto (*S*) par rapport à $\Re_0$ et l'exprimer dans $\Re_1$ en fonction de *R*, θ et $\dot{\theta}$.

2.11 Déterminer la vitesse $\vec{V}(G \in S/\Re_0)$ du point *G* appartenant au culbuto (*S*) par rapport à $\Re_0$ et l'exprimer dans $\Re_1$ en fonction de *R*, θ et $\dot{\theta}$.

Etude cinétique :

Le moment d'inertie d'un cône de masse *m*, de hauteur *h* et de demi-angle au sommet α par rapport à un diamètre de sa base est $J = \frac{mh^2}{20}(2 + 3\tan^2\alpha)$.

2.12 Déterminer le moment d'inertie J_1 du tronc de cône 1 par rapport à l'axe $A\overrightarrow{z_1}$ en fonction de m_1 et de *R*.

Le moment d'inertie de l'hémisphère 2 par rapport à l'axe $A\overrightarrow{z_1}$ est $J_2 = \frac{2}{5}m_2R^2$.

2.13 Déterminer le moment d'inertie J_S du culbuto (*S*) par rapport à l'axe $A\overrightarrow{z_1}$ en fonction de *M* et *R*.

2.14 Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{L_A}(S/\Re_0)$ du culbuto (*S*) par rapport à $\Re_0$ au point *A* en fonction de *M*, *R*, θ et $\dot{\theta}$.

Etude énergétique :

2.15 Déterminer l'énergie cinétique $T(S/\Re_0)$ du culbuto (*S*) dans son mouvement par rapport à $\Re_0$ en fonction de *M*, *R*, θ et $\dot{\theta}$.

2.16 Calculer la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique $T(S/\Re_0)$.

2.17 Déterminer la puissance P_{ext} des actions extérieures au culbuto (*S*) en fonction de *M*, *g*, *R*, θ et $\dot{\theta}$.

2.18 Enoncer le théorème de l'énergie cinétique. En déduire une équation du mouvement du culbuto (*S*).

Fin de l'énoncé