

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

PHYSIQUE

PARTIE II

Durée : 2 heures

Nb : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

À propos du stockage des déchets nucléaires

Le stockage des déchets radioactifs constitue un problème majeur dans la poursuite du programme nucléaire des nations. De nombreuses solutions sont à l'étude. Une d'entre elles a pour but d'enfouir, dans la roche, ces résidus inutilisables en les incorporant au béton. On se propose, ici, d'étudier un des problèmes posés par cette méthode : le contrôle de la production de chaleur.

Les parties A et B sont totalement indépendantes.

Partie A

Diffusion thermique

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Une paroi d'épaisseur ℓ , comprise entre deux plans infinis et parallèles, perpendiculaires à l'axe Ox , est constituée d'un matériau de conductivité thermique λ , de masse volumique μ et de coefficient thermique massique isochore c_v . Les grandeurs λ , μ et c_v sont constantes, et les dimensions de la paroi sont invariables.

La face F_1 , d'abscisse $x = 0$, est maintenue à la température T_1 constante. La seconde face F_2 , située en $x = \ell$, se trouve à une température $T_{(x=\ell)}$. Soit Φ_u le flux thermique algébrique (ou flux d'énergie interne U , sans travail) qui traverse une section droite, d'aire S , orthogonale à l'axe Ox et orientée par le vecteur unitaire \vec{e}_x . Le vecteur associé au flux est le vecteur densité de courant thermique \vec{j}_u , lié à la température par la loi de Fourier : $\vec{j}_u = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$. Le système étant unidimensionnel, on peut écrire :

$$\vec{j}_u = j_{u,x}(x,t) \vec{e}_x = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \vec{e}_x.$$

I. Conduction thermique simple dans le matériau

La face F_2 est maintenue à la température T_2 (avec $T_1 > T_2$, et T_1 et T_2 constantes). On considère la tranche cylindrique de section droite, d'aire S , comprise entre les plans d'abscisse x et $x + dx$ (figure 1).

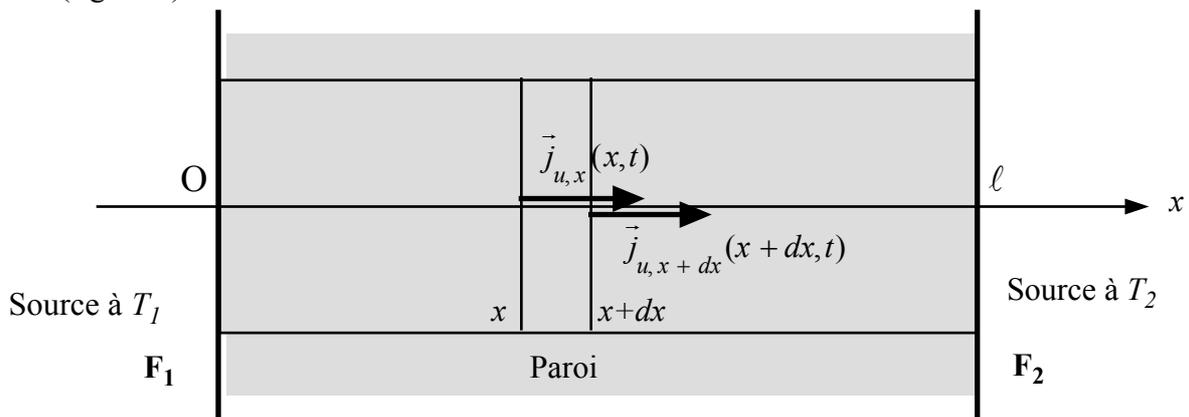


Figure 1

1. En identifiant la puissance thermique reçue $dP (= \delta^2 Q / dt)$ par la tranche élémentaire et le bilan des flux thermiques (entrant et sortant), montrer que l'équation différentielle de la diffusion thermique, à laquelle satisfait la température, se met sous la forme :

$$(1) \quad \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = A \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$$

2. Exprimer la constante A , en fonction de λ , μ et c_v .
3. Que devient l'expression (1), en régime stationnaire ?
4. En déduire l'expression de $T(x)$.
5. Donner, en fonction de λ , ℓ , S , T_1 et T_2 , l'expression du flux de chaleur Φ_u à travers une section droite de surface S , orientée par le vecteur unitaire \vec{e}_x .
6. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$.

II. Diffusion thermique dans un combustible nucléaire

Le matériau est maintenant un mélange, supposé homogène, de résidus radioactifs et de béton. Il se dégage, dans ce matériau, une puissance thermique volumique σ_u , créée par les réactions nucléaires résiduelles qui s'y produisent et répartie uniformément dans tout le volume. La paroi est donc soumise à la création interne de chaleur et à l'écoulement thermique. Les faces F_1 et F_2 sont toujours maintenues aux températures respectives T_1 et T_2 . Le système est stationnaire et la température $T(x)$ ne dépend que de l'abscisse x .

1. Effectuer le bilan d'énergie dans cette tranche d'épaisseur dx .
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$.
3. En déduire l'expression de $T(x)$.
4. Établir, pour une section S d'aire unité (1 m^2), les expressions des flux thermiques algébriques $\Phi_{u,0}$ et $\Phi_{u,\ell}$ mis en jeu, respectivement, en $x = 0$ et en $x = \ell$.
5. Que devient, toujours en régime stationnaire, la puissance thermique créée au sein du mur de béton ?
6. Pour des raisons de sécurité, chacune des faces F_1 et F_2 est protégée par une plaque métallique collée contre elle, d'épaisseur et de résistance thermique négligeables. Ce coffrage est arrosé en permanence avec de l'eau froide et on considère que ces plaques métalliques, ainsi que les faces qu'elles protègent, sont à la température T_o de l'eau ($T_1 = T_2 = T_o$).

6.1. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$.

6.2. Déterminer l'abscisse $x = x_m$ pour laquelle la température $T(x_m) = T_m$ est maximale.

6.3. Donner, en fonction de σ_u , ℓ , λ et T_o , l'expression de la température T_m .

6.4. Quelle est l'influence de l'épaisseur ℓ sur la température maximale T_m ?

6.5. Application numérique $\sigma_u = 3,00 \text{ kW m}^{-3}$; $\ell = 0,50 \text{ m}$;

$\lambda = 1,20 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $T_o = 290 \text{ K}$.

- 6.5.1.** Calculer, en $x = \ell$, le flux $\Phi_{u,\ell}$ à travers une section droite S , d'aire unité (1 m^2).

6.5.2. Calculer T_m .

6.5.3. Pour des raisons de sécurité, la température de 500 K est une température limite qui, à l'intérieur du matériau, ne doit pas être dépassée. Calculer l'épaisseur maximale ℓ_m de la paroi de béton.

III. Refroidissement par échange radioconvectif

La face F_1 est maintenue à la température T_o . Seule la plaque métallique, en contact avec la face F_2 , n'est plus arrosée, et les échanges superficiels ne s'y font plus que par rayonnement et convection avec l'air extérieur qui est à la température T_{ext} constante (figure 2).

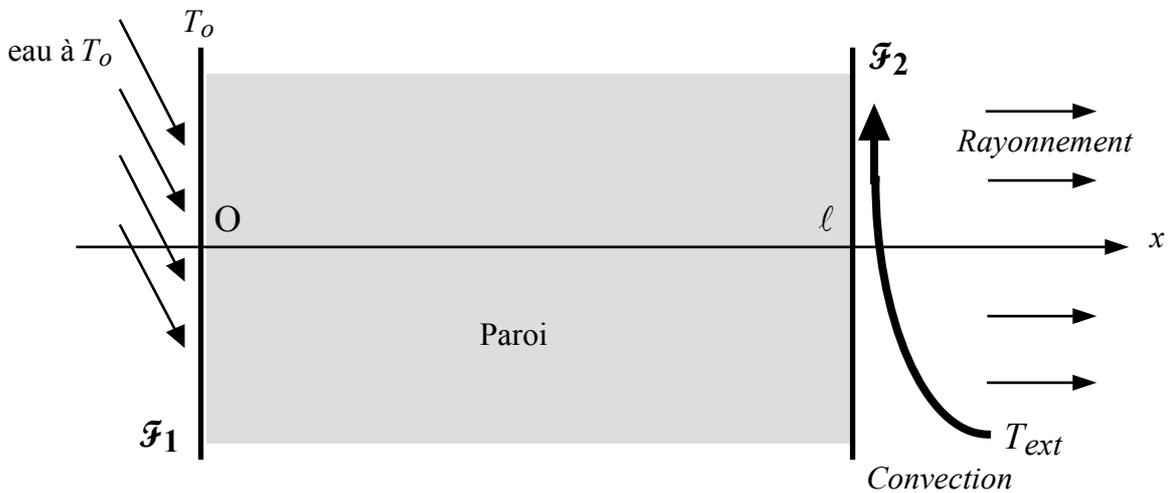


Figure 2

On définit, dans ce cas, un coefficient d'échange radioconvectif h_{rc} qui tient compte des deux modes de transfert thermique. On admet que le flux thermique total, à travers une surface S de la face F_2 , s'écrit : $\Phi_{rc} = h_{rc} S (T_{(x=\ell)} - T_{ext})$, avec h_{rc} constante positive.

1. Quelle relation simple existe-t-il, en $x = \ell$ et pour une même surface S , entre le flux de conduction, noté $\Phi'_{u,\ell}$, et le flux radioconvectif Φ_{rc} ?
2. Déterminer l'expression de $T(x)$.
3. *Application numérique* $\sigma_u = 3,00 \text{ kW m}^{-3}$; $\ell = 0,50 \text{ m}$; $h_{rc} = 5,0 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$;
 $\lambda = 1,20 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $T_o = T_{ext} = 290 \text{ K}$.
 - 3.1. Calculer le flux $\Phi'_{u,\ell}$, en $x = \ell$, pour une section droite d'aire unité (1 m^2).
 - 3.2. Comparer la valeur des flux $\Phi_{u,\ell}$, (calculé au §.A.II.6) et $\Phi'_{u,\ell}$, (calculé au §.A.III.3).
Que peut-on en conclure ?
 - 3.3. Donner la limite de la valeur $T(x = \ell)$ lorsque le coefficient d'échange radioconvectif h_{rc} tend vers l'infini.

Partie B

Refroidissement de la salle de stockage

Une installation frigorifique assure le maintien de la cellule (ou salle) de stockage des déchets à une température modérée. Un fluide (fréon) permet, en décrivant un cycle supposé quasi-statique, de prélever de la chaleur à l'intérieur de la salle et de céder de l'énergie à une source extérieure.

- À la sortie de l'évaporateur (radiateur échangeur) \mathcal{E} , la vapeur sèche, tout juste saturante à la pression P_1 et à la température T_1 (état **A**), est entraînée dans le compresseur \mathcal{P} où elle est comprimée jusqu'à la pression P_2 et la température T_2 (état **B**). La compression **AB** est considérée comme isentropique.
- Maintenu sous la pression constante P_2 , le fluide, entièrement gazeux, pénètre dans le condenseur (radiateur échangeur) \mathcal{C} où il se refroidit, puis se liquéfie totalement. A la fin de cette étape, l'état du corps pur est caractérisé par les paramètres P_2 et T_2 (état **C**).
- Le liquide passe ensuite dans le détendeur \mathcal{D} , dans lequel il subit une détente isenthalpique (absence de pièces mobiles) en se vaporisant partiellement : soit **x le titre (ou fraction) massique en vapeur**. Au terme de cette étape, l'état du corps pur est caractérisé par les paramètres P_1 et T_1 (état **D**).
- Ce mélange liquide-vapeur pénètre ensuite dans l'évaporateur \mathcal{E} , où il achève, à pression constante, de se vaporiser à l'état de vapeur saturante (état **A**).

Hypothèses de travail :

- Le groupe fonctionne en régime permanent. L'énergie cinétique du fluide et l'action de la pesanteur sont négligées.
- h est l'enthalpie de l'unité de masse (1 kg) de ce corps pur (ou enthalpie massique).
- c_l est le coefficient thermique massique (constant) du fréon liquide.
- $P^*(T)$ est la pression de l'équilibre liquide-vapeur du corps pur, ou pression de vapeur saturante, à la température T .
- La chaleur latente (massique) de vaporisation du fluide, à température T , est notée $L_v(T)$.
- Le corps pur gazeux, de masse molaire M , est supposé parfait. Sa caractéristique énergétique $\gamma = c_{p,m}/c_{v,m}$ (rapport des coefficients thermiques molaires, respectivement isobare et isochore) est constante.

Données :

$T(K)$	240	250	265	280	295	310
$P^*(T)$ (bar)	0,85	1,25	2,40	3,90	5,90	8,50

$$T_1 = 240 \text{ K}$$

$$L_v(T_1) = 170 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$P_1 = 0,85 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 310 \text{ K}$$

$$L_v(T_2) = 130 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$P_2 = 8,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$M = 120 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$$

$$\gamma = 1,20$$

$$c_l = 1,00 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ (constante du gaz parfait).}$$

Tournez la page S.V.P.

I. Diagramme du corps pur

1. Soit u , le volume massique du corps pur. Représenter l'allure du cycle dans le diagramme $P = f(u)$ du corps pur. On y fera figurer la courbe de saturation du fluide, les isothermes, ainsi que les points **A**, **B**, **C** et **D**.
2. Représenter l'allure du cycle, dans le diagramme $P = f(T)$ du corps pur. On y représentera la courbe d'équilibre $P^*(T)$, ainsi que les points **A**, **B**, **C** et **D**.

II. Compression (A → B)

1. Exprimer, en fonction de T_1 , P_1 , P_2 et γ , la température T'_2 du fréon à la sortie du compresseur **C**.
2. Le travail massique w , reçu par l'unité de masse de corps pur ayant transité dans le compresseur, est égal à la variation d'enthalpie massique Δh_{AB} de ce fluide. Donner, en fonction de T_1 , T'_2 , M , R et γ , l'expression de w .
3. *Application numérique* Calculer T'_2 et w .

III. Refroidissement et liquéfaction dans le condenseur (B → C)

1. Donner la température d'apparition de la première goutte de fréon liquide.
2. Exprimer, en fonction de T_2 , T'_2 , M , R , γ et $L_v(T_2)$, l'expression de la variation d'enthalpie massique Δh_{BC} du fluide.
3. *Application numérique* Calculer Δh_{BC} .

IV. Détente isenthalpique (C → D)

1. Le fréon entre liquide à la température T_2 dans le détendeur **D**, et en sort sous forme de mélange liquide-vapeur à la température T_1 . La détente est isenthalpique. Soient h_{liq} et h_{vap} les enthalpies massiques du corps pur, respectivement liquide et vapeur. Donner la relation entre $h_{liq}(T_2)$, $h_{liq}(T_1)$, $h_{vap}(T_1)$ et x .
2. Le liquide étant de volume massique constant, il n'échange que de la chaleur avec l'extérieur : la variation d'enthalpie du liquide est approximativement égale à la variation d'énergie interne. Pour cette détente, quelle relation peut-on écrire entre $\Delta h_{liq,CD}$, c_b , T_1 et T_2 ?
3. Exprimer, en fonction de c_b , T_1 , T_2 et $L_v(T_1)$, la fraction massique de vapeur x à la sortie du détendeur.
4. *Application numérique* Calculer x .

V. Fin de la vaporisation (D → A)

1. Donner, en fonction de x et de $L_v(T_1)$, la quantité de chaleur Δh_{DA} reçue par 1 kg de corps pur, au cours de cette étape.
2. *Application numérique* Calculer Δh_{DA} .

VI. Bilan énergétique du cycle

1. Vérifier, numériquement, le bilan enthalpique du cycle.
2. Définir l'efficacité frigorifique ε_{fr} de l'installation.
3. *Application numérique*
 - 3.1. Calculer ε_{fr} .
 - 3.2. Pour maintenir, en régime stationnaire, une cellule de stockage de déchets à température constante, il est nécessaire de prélever une puissance thermique de 10^5 W. Calculer la puissance mécanique moyenne à fournir au fluide.
 - 3.3. Calculer la valeur correspondante de D_m , débit massique moyen du fréon, dans le circuit.

Fin de l'énoncé