SESSION 2005

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

MECANIQUE

PARTIE II

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont **autorisées**.

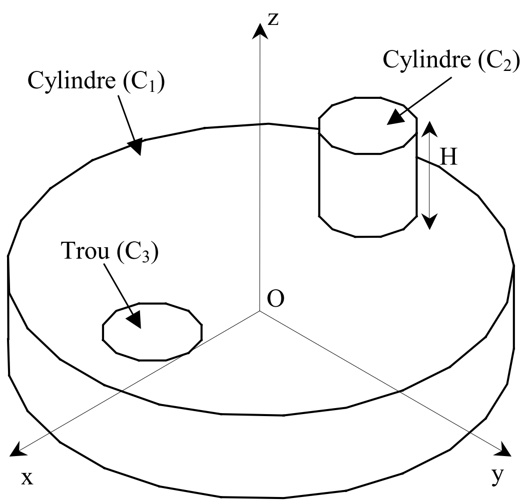
NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

<u>Avertissement</u> : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Equilibrage statique d'un vilebrequin

La tête de vilebrequin (S) dessinée ci-dessous est composée de 2 cylindres (C_1) et (C_2). (C_1) possède un rayon R_1 et une hauteur H. (C_2) possède un rayon R_2 et une hauteur H. Dans (C_1), on a percé un trou (C_3) de rayon R_2 de hauteur H. (C_1) et (C_2) sont constitués d'un matériau homogène de masse volumique ρ_1.

Le référentiel terrestre $\Re$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Le référentiel $\Re$ est fixe. Le point O est le centre de gravité du cylindre (C_1).
On note G_2 et G_3 les centres de gravité respectifs du cylindre (C_2) et du trou (C_3).
On note $\overrightarrow{OG_2} = -L\,\vec{x} + H\,\vec{z}$ et $\overrightarrow{OG_3} = L\,\vec{x}$



Tournez la page S.V.P.

1.1 Déterminer les masses m_1 et m_2 des cylindres (C_1) et (C_2). En déduire la masse totale m de la tête de vilebrequin (S) constitué de (C_1), (C_2) et (C_3).

1.2 Déterminer la position du centre de gravité G de la tête de vilebrequin (S) en fonction de m_1, m_2, H et L.

Les matrices d'inertie des cylindres (C_1) et (C_2) aux points O et G_2 sont de la forme :

$$[I(C_1)]_{(O,x,y,z)} = m_1 \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad [I(C_2)]_{(G_2,x,y,z)} = m_2 \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}$$

1.3 Déterminer la matrice d'inertie $[I(C_3)]_{(G_3,x,y,z)}$ de la matière retirée du trou (C_3) au point G_3 en fonction de m_2, A_2 et C_2. Justifier votre réponse.

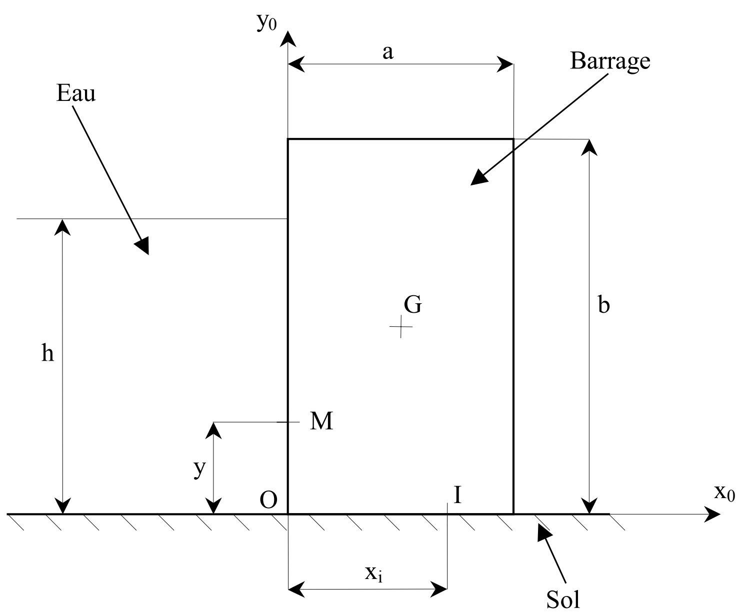
1.4 Déterminer la matrice d'inertie $[I(C_3)]_{(O,x,y,z)}$ de la matière retirée du trou (C_3) au point O.

1.5 Déterminer la matrice d'inertie $[I(C_2)]_{(O,x,y,z)}$ du cylindre (C_2) au point O.

1.6 Déterminer la matrice d'inertie $[I(S)]_{(G_1,x,y,z)}$ de la tête de vilebrequin (S) au point O.

1.7 On bouche le trou (C_3) à l'aide d'un matériau de masse volumique ρ_2. Déterminer ρ_2 pour que la nouvelle position du centre de gravité G de la tête de vilebrequin (S) soit sur l'axe $\vec{z}$.

Exercice 2 : Barrage poids



Un barrage poids en béton, de section droite rectangulaire (ab) repose sur le sol. Il permet de retenir de l'eau à une hauteur h ($h \leq b$).

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est fixe.

On note $\vec{g} = -g\,\vec{y}_0$ l'accélération de la pesanteur.

On note ρ_e la masse volumique de l'eau et ρ_b celle du béton.
On ne considérera dans cette étude qu'une unité de longueur du barrage.
On néglige la pression atmosphérique.

2.1 Déterminer la pression p exercée par l'eau sur la paroi verticale du barrage au point M en fonction de ρ_e, g, h et y.

2.2 Déterminer le torseur d'action mécanique $\{T_{E/B}\}_O$ de l'eau sur le barrage au point O.

2.3 Déterminer le torseur d'action mécanique $\{T_{P/B}\}_O$ de la pesanteur sur le barrage au point O.

L'action du sol sur le barrage au point I est schématisée par un vecteur $\vec{R} = X\,\vec{x_0} + Y\,\vec{y_0}$. On note x_i la distance du point O au point I.

2.4 Déterminer le torseur d'action mécanique $\{T_{S/B}\}_O$ du sol sur le barrage au point O.

2.5 En étudiant l'équilibre du barrage, déterminer X, Y et x_i en fonction de ρ_e, ρ_b, g, a, b et h.

On considère maintenant que l'eau monte jusqu'en haut du barrage ($h = b$).

2.6 Déterminer le coefficient de frottement f minimal entre le sol et le barrage pour assurer le non glissement du barrage sur le sol en fonction de ρ_e, ρ_b, a et b.

2.7 Déterminer la largeur a minimale à respecter pour assurer le non basculement du barrage en fonction de ρ_e, ρ_b et b.

Exercice 3 : Etude d'un excentrique

L'excentrique (1) de masse m_1 est assimilé à un disque de centre de gravité C et de rayon a. Cet excentrique est en liaison pivot sans frottement d'axe $O\vec{z_0}$ avec le bâti (0).

La tige (2) de masse m_2 est en liaison glissière sans frottement d'axe $O\vec{y_0}$ avec le bâti (0).
L'excentrique (1) et la tige (2) sont en contact ponctuel avec frottement au point I.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$.
Le référentiel $\Re_0$ est fixe.

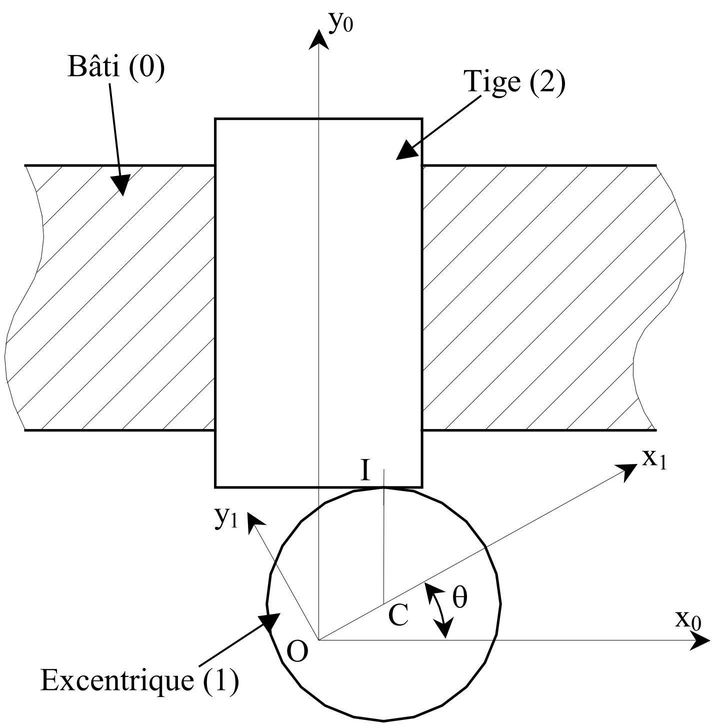
On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ tel que $\vec{OC} = e\,\vec{x_1}$. Le repère $(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$, rigidement lié à l'excentrique (1) se déduit à chaque instant de $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ par une rotation d'angle θ autour de l'axe $O\vec{z_0}$.

L'excentrique (1) est mis en mouvement à l'aide d'un couple moteur $C_m\,\vec{z_0}$ et tourne à vitesse constante $\dot{\theta}$ autour de l'axe $O\vec{z_0}$, provoquant ainsi un mouvement de translation alternatif de la tige (2).

L'action $\vec{R}_{1/2}$ exercée par l'excentrique (1) sur la tige (2) possède une composante sur l'axe $I\vec{x_0}$ égale à $X_{1/2} = A.C_m + B$ où A et B sont des coefficients que l'on ne cherchera pas à déterminer.

Tournez la page S.V.P.

On note θ l'angle entre $O\vec{x_0}$ et $O\vec{x_1}$ et $\vec{g} = -g\vec{y_0}$ l'accélération de la pesanteur.



3.1 Déterminer la vitesse $\vec{V}(C \in 1/0)$ du point C appartenant à l'excentrique (1) par rapport au bâti (0) et l'exprimer dans $\Re_0$.

3.2 Déterminer la vitesse $\vec{V}(I \in 1/0)$ du point I appartenant à l'excentrique (1) par rapport au bâti (0) et l'exprimer dans $\Re_0$.

3.3 En déduire la vitesse de glissement $\vec{V}(I \in 1/2)$ au point I entre la tige (2) et l'excentrique (1) ainsi que la vitesse $\vec{V}(I \in 2/0)$ du point I appartenant à la tige (2) par rapport au bâti (0) et les exprimer dans $\Re_0$.

3.4 Déterminer l'énergie cinétique T_1 de l'excentrique (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

3.5 Déterminer l'énergie cinétique T_2 de la tige (2) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

3.6 En déduire l'énergie cinétique T_S du système (S) composé de l'excentrique (1) et de la tige (2).

3.7 Déterminer P_{int} la puissance des efforts intérieurs au système (S).

3.8 Déterminer P_{ext} la puissance des efforts extérieurs appliqués au système (S).

3.9 Enoncer clairement le théorème de l'énergie cinétique.

3.10 En appliquant ce théorème au système (S), déterminer l'expression du couple moteur C_m qui entraîne en rotation l'excentrique (1) à vitesse constante.

Fin de l'énoncé