SESSION 2005

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve commune concours Physique et concours Chimie

MECANIQUE

PARTIE I

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont **autorisées**.

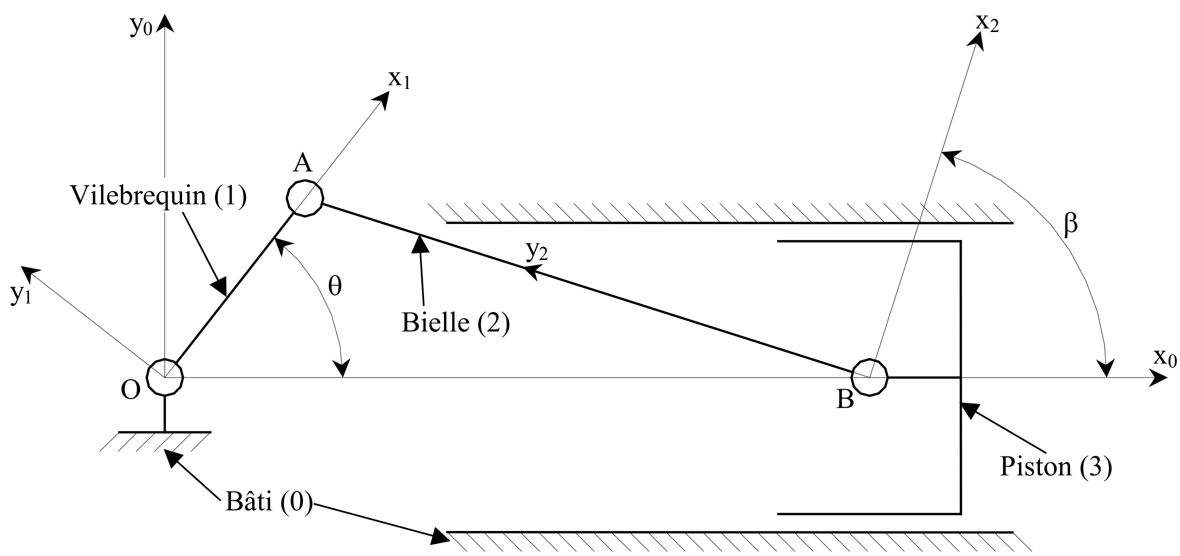
NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Avertissement : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Système bielle - manivelle

Un système bielle-manivelle est un mécanisme qui se compose de 3 pièces :

- Un vilebrequin (1) mobile en rotation autour de l'axe $O\vec{z_0}$ par rapport au bâti (0).
- Un piston (3) mobile en translation suivant l'axe $B\vec{x_0}$ par rapport au bâti (0).
- Une bielle (2) articulée en A avec le vilebrequin (1) et en B avec le piston (3).



Tournez la page S.V.P.

Ce mécanisme équipe les moteurs thermiques et les compresseurs. Il permet de transformer la translation d'axe $B\vec{x_0}$ du piston (3) en une rotation d'axe $O\vec{z_0}$ du vilebrequin (1) (cas des moteurs thermiques) ou l'inverse (cas des compresseurs).

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au bâti (0). Il est supposé fixe.

On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$ tel que $\vec{z_1}=\vec{z_0}$. Le repère $(O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$, rigidement lié au vilebrequin (1), se déduit à chaque instant de $(O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$ par une rotation d'angle θ autour de l'axe $O\vec{z_0}$.

On note $\Re_2$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(B,\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})$ tel que $\vec{z_2}=\vec{z_0}$. Le repère $(B,\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})$, rigidement lié à la bielle (2), se déduit à chaque instant de $(B,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$ par une rotation d'angle β autour de l'axe $B\vec{z_0}$.

On note $\vec{OA}=r\,\vec{x_1}$ et $\vec{AB}=-\ell\,\vec{y_2}$.

Le centre de gravité G de la bielle (2) est tel que $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}$.

Le vilebrequin (1) tourne autour de l'axe $O\vec{z_0}$ à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ constante.

1.1 En considérant que tous les solides sont indéformables, déterminer une relation simple donnant β en fonction de θ, r et ℓ en exprimant que $\vec{OB}.\vec{y_0}=0$.

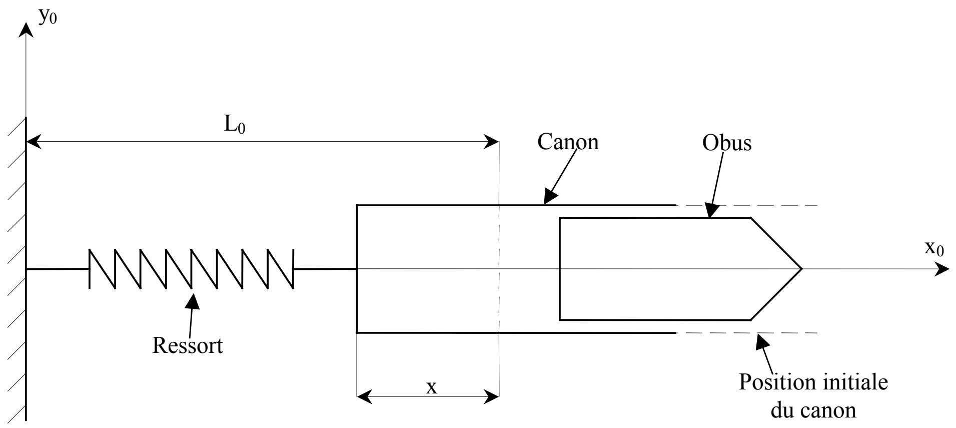
1.2 En déduire une relation donnant $\dot{\beta}$ en fonction de $\dot{\theta}$, θ, r et ℓ.

On désire maintenant connaître la loi d'entrée sortie du système bielle-manivelle, c'est-à-dire la loi qui relie la vitesse de translation du piston (3) à la vitesse de rotation du vilebrequin (1).

1.3 Déterminer la vitesse $\vec{V}(B\in 3/0)$ du point B appartenant au piston (3) par rapport au bâti (0) et l'exprimer dans $\Re_0$ en fonction de $\dot{\theta}$, θ, r et ℓ.

Exercice 2 : Recul d'un canon

Un canon au repos, de masse M, tire horizontalement un obus de masse m avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{x}_0$.



2.1 Déterminer la vitesse de recul $\vec{v}_C$ du canon en fonction de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ de lancement de l'obus.

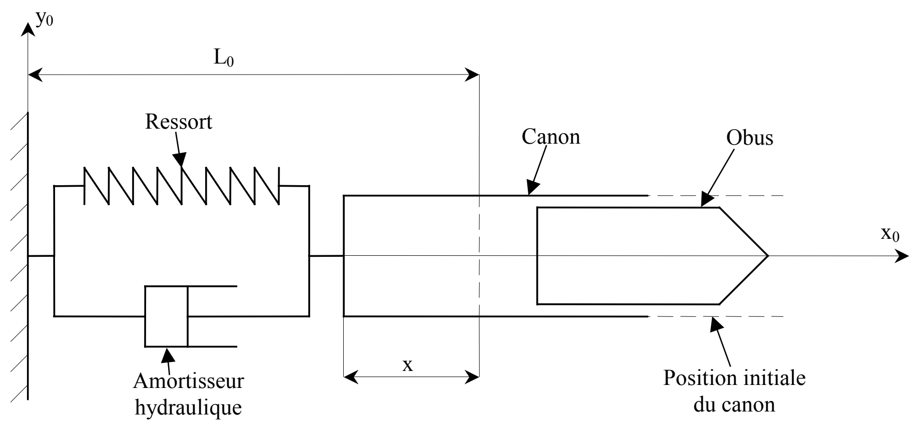
2.2 Déterminer l'énergie cinétique E_o de l'obus à la sortie du canon ainsi que l'énergie cinétique E_c du canon en fonction de v_0.

Pour limiter la course de recul du canon, on utilise un ressort de raideur k_1, de longueur libre L_0 dont l'une des extrémités est fixe et l'autre liée au canon.

2.3 Déterminer la force $\vec{F}$ exercée par le ressort sur le canon en fonction de la distance x.

2.4 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au canon, déterminer en fonction de v_0 la raideur minimale k_1 que doit posséder le ressort pour limiter le recul à une distance d.

En réalité le ressort est remplacé par un système hydraulique composé d'un ressort et d'un amortisseur hydraulique.

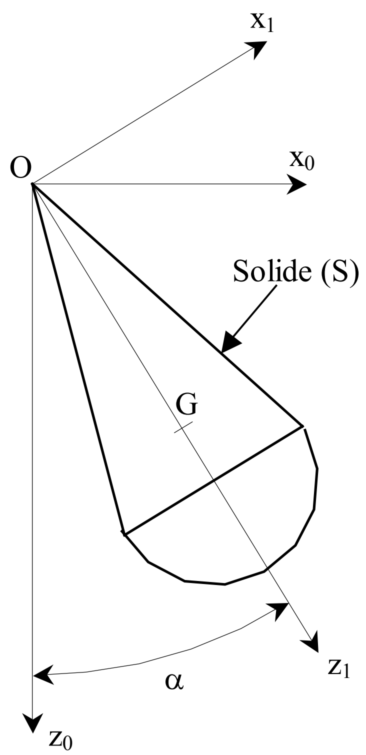


2.5 En considérant que l'amortisseur hydraulique absorbe une partie E_a de l'énergie cinétique de recul du canon, déterminer en fonction de v_0 la raideur minimale k_2 que doit posséder le ressort pour limiter le recul à une distance d.

2.6 Application numérique : Calculer k_1 et k_2 sachant que $v_0 = 600$ m/s, $M = 800$ kg, $m = 2$ kg, $d = 1$ m et $E_a = 450$ J.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 3 : Solide de révolution tournant autour d'un axe vertical



Un solide de révolution (S) d'axe $O\vec{z_1}$, de masse m, est fixé sans frottement au point fixe O. Le solide (S) tourne autour de l'axe $O\vec{z_0}$ à la vitesse angulaire ω constante. On ne s'intéressera ici qu'à l'état stationnaire du solide (S), c'est-à-dire lorsque $\ddot{\alpha}=\dot{\alpha}=0$.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$. Le référentiel $\Re_0$ est fixe.

On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$ tel que $\vec{x_1}$ soit contenu dans le plan $(O,\vec{z_0},\vec{z_1})$. Le repère $(O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$ est rigidement lié au solide (S).

Le centre de gravité G du solide (S) est tel que $\vec{OG} = a\,\vec{z_1}$.

On note α l'angle entre $O\vec{z_0}$ et $O\vec{z_1}$.

On note $\vec{g} = g\,\vec{z_0}$ l'accélération de la pesanteur.

On note A le moment d'inertie du solide (S) autour de l'axe $O\vec{x_1}$ et C le moment d'inertie du solide (S) autour de l'axe $O\vec{z_1}$.

3.1 Déterminer la vitesse de rotation $\vec{\Omega}(S/\Re_0)$ du solide (S) par rapport à $\Re_0$ et l'exprimer dans $\Re_1$.

3.2 En déduire le moment cinétique $\vec{L_O}(S/\Re_0)$ du solide (S) par rapport à $\Re_0$ au point O et l'exprimer dans $\Re_1$.

3.3 Déterminer dans $\Re_1$ l'action de la pesanteur $\vec{P}$ exercée sur le solide (S).

3.4 Déterminer dans $\Re_1$ le moment $\vec{M_O}(P)$ de l'action de la pesanteur $\vec{P}$ au point O.

3.5 Enoncer le théorème du moment cinétique.

3.6 Déterminer le moment dynamique $\left[\dfrac{d\vec{L_O}(S/\Re_0)}{dt}\right]_{\Re_0}$ et l'exprimer dans $\Re_1$.

3.7 Appliquer le théorème du moment cinétique au solide (S) au point O. En déduire une relation donnant l'angle α en fonction de m, g, a , ω, A et C.

3.8 Discuter des valeurs de l'angle α suivant la valeur de ω.

3.9 Peut-on obtenir $\alpha > \dfrac{\pi}{2}$?

Fin de l'énoncé