SESSION 2004

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve commune concours Physique et concours Chimie

MECANIQUE

PARTIE I

Durée : 2 heures

---

*Les calculatrices sont **autorisées**.*

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

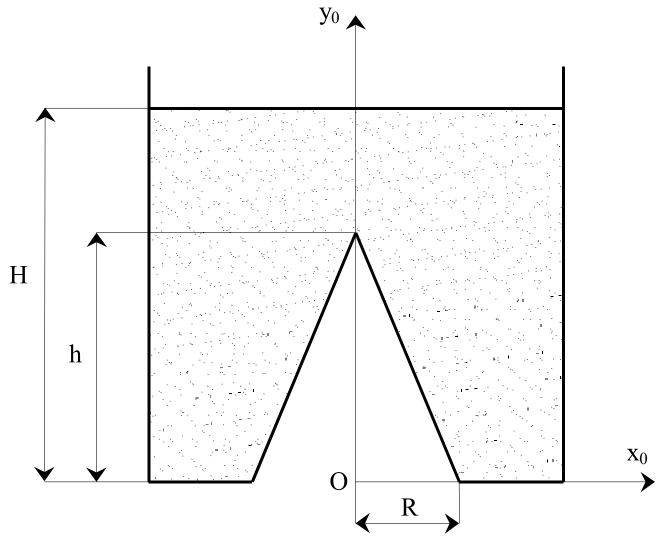
Avertissement : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Récipient à fond conique

Un récipient de forme cylindrique contient un liquide de masse volumique ρ sur une hauteur H. Ce récipient a un fond percé d'une ouverture circulaire de rayon R. Cette ouverture est fermée par un cône de hauteur h.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au récipient.

On note $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ l'accélération de la pesanteur et on néglige la variation de la pression atmosphérique p_a avec l'altitude.



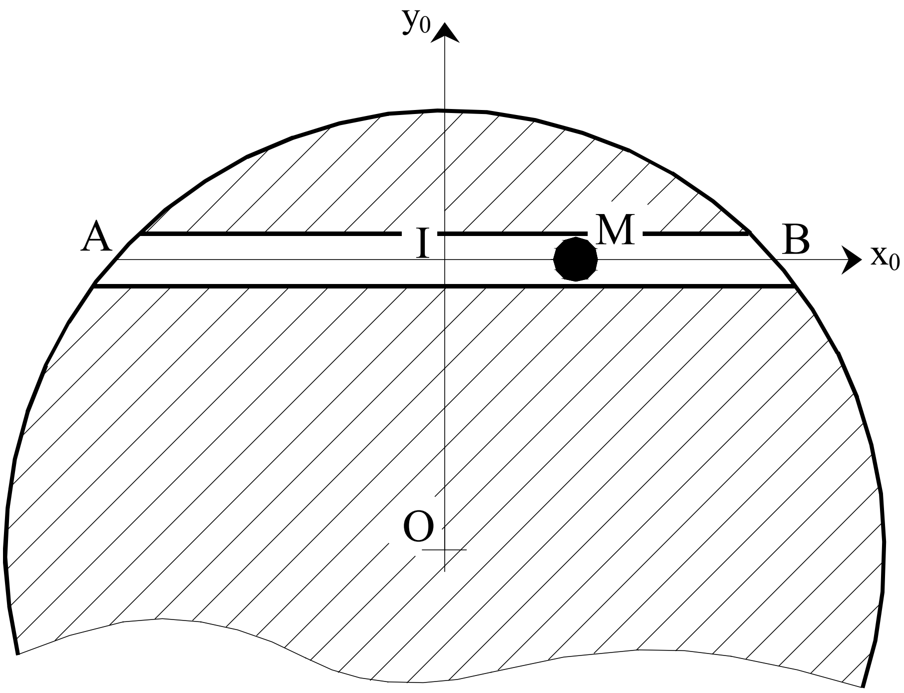
Tournez la page S.V.P.

1.1 Déterminer la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur le cône en fonction de ρ, R, H, h et g.
1.2 Retrouver ce résultat en appliquant le théorème d'Archimède à un cône plein posé sur le fond du récipient non percé.
1.3 Application numérique : Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ sachant que $\rho = 1000\ kg/m^3$, $H = 150$ mm, $h = 100$ mm, $R = 50$ mm, $p_a = 1{,}013.10^5$ Pa et $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Exercice 2 : Tunnel foré à travers le globe terrestre

La terre est assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. Soit g_0 la valeur de l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre. On ne tient pas compte de la rotation de la terre.
On relie deux villes A et B par un tunnel rectiligne de longueur d. Un train assimilable à un point matériel M se déplace sans frottement dans le tunnel. On note r la distance OM.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au tunnel. On note x l'abscisse du point M dans le repère $(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



2.1 Déterminer g l'accélération de la pesanteur au point M en fonction de g_0, r et R.
2.2 Ecrire sous forme vectorielle le théorème de la résultante dynamique appliquée au point M.
2.3 En déduire l'équation du mouvement du point M.
2.4 Déterminer la période T du mouvement du point M. En déduire la durée t_{AB} du trajet AB en fonction de g_0 et R.
2.5 Déterminer la vitesse maximale V_{max} du train en fonction de d, g_0 et R.

2.6 Application numérique : On se propose de relier de cette manière 2 villes distantes de 400 km (distance $AB = 400$ km).
- Calculer la profondeur maximale p du tunnel à construire.
- Calculer la durée t_{AB} du trajet AB.
- Calculer la vitesse maximale V_{max} du train en kilomètres par heure.

On prendra $g = 9{,}81$ m/s^2 et $R_T = 6400$ km.

Exercice 3 : Barre accrochée à un fil

On considère une barre (B1) homogène, de centre de gravité G, de longueur 2a et de masse m. Cette barre (B1) est astreinte à se déplacer dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est accrochée au bâti (0) par l'intermédiaire d'un fil (F2) inextensible de longueur h et de masse négligeable. Le fil (F2) est accroché d'un coté au bâti (0) au point O et de l'autre coté à la barre (B1) au point A.

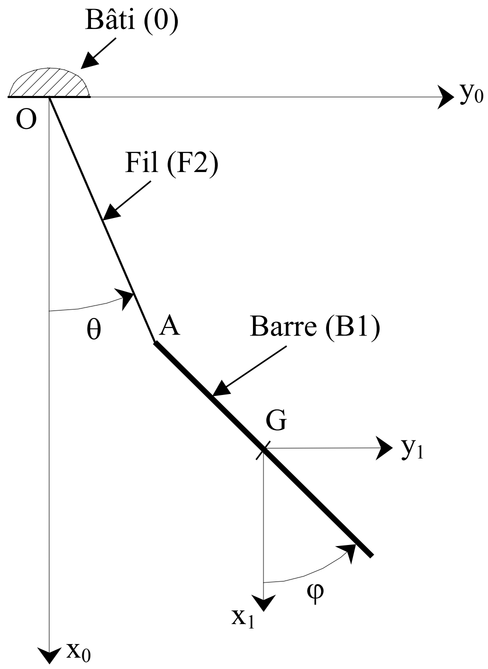
Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au bâti (0).

On considère le référentiel barycentrique $\Re_1$; il est rapporté au repère $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le référentiel $\Re_1$ est associé à la barre (B1) et il est en mouvement de translation par rapport au référentiel $\Re_0$.

La position du point A est repérée à chaque instant par l'angle θ.

La position de la barre (B1) par rapport à la verticale $G\vec{x}_1$ est repérée par l'angle φ.

On note $\vec{g} = g\,\vec{x}_0$ l'accélération de la pesanteur et $I_{Gz} = \dfrac{ma^2}{3}$ le moment d'inertie de la barre (B1) par rapport à l'axe $G\vec{z}_0$.



3.1 Déterminer la vitesse $\vec{V}(G \in B1/\Re_0)$ du point G appartenant à la barre (B1) par rapport au référentiel $\Re_0$.

3.2 Déterminer $\vec{\sigma}(G, B1/\Re_1)$ le moment cinétique de la barre (B1) au point G dans son mouvement par rapport au référentiel barycentrique $\Re_1$.

3.3 En appliquant le théorème de Koenig, déterminer $\vec{\sigma}(O, B1/\Re_0)$ le moment cinétique de la barre (B1) au point O dans son mouvement par rapport au référentiel $\Re_0$.

3.4 Déterminer $T(B1/\Re_1)$ l'énergie cinétique de la barre (B1) dans son mouvement par rapport au référentiel barycentrique $\Re_1$.

3.5 En appliquant le théorème de Koenig, déterminer $T(B1/\Re_0)$ l'énergie cinétique de la barre (B1) dans son mouvement par rapport au référentiel $\Re_0$.

3.6 La barre est supposée pesante, déterminer la variation d'énergie potentielle ΔE_p depuis la position $\theta = \varphi = 0$.

Fin de l'énoncé