SESSION 2003

CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve spécifique concours Physique

PHYSIQUE

PARTIE II

Durée : 2 heures

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

*Les calculatrices **sont autorisées**.*

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question traitée.

*Les parties **A** et **B** sont totalement indépendantes.*

Tournez la page S.V.P.

Ce problème, composé de deux parties, permet d'envisager différents aspects de l'induction électromagnétique.

Partie A

Électrocinétique

Les paragraphes ***I*** *et* ***II*** *exploitent la présence d'une bobine d'induction dans un circuit électrique simple.*

I. Régime transitoire dans une bobine

Une source idéale de tension, de f.é.m. E, peut alimenter un dipôle électrocinétique ***AB*** constitué, en série, d'une bobine d'induction ***AC*** (inductance L et résistance constante r) et d'un résistor ***CB*** de résistance constante R (figure **1**).

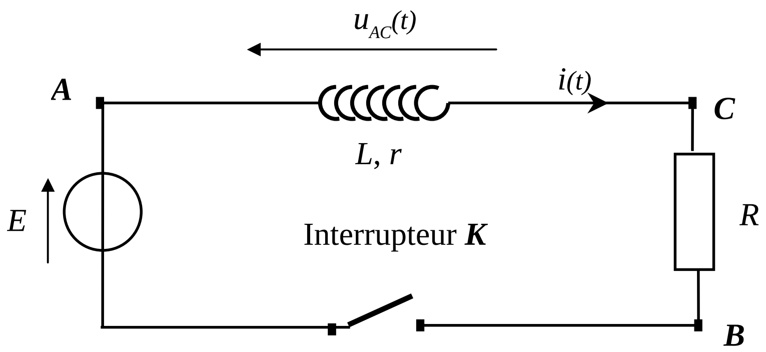

Figure **1**

Au temps $t = 0$, pris comme instant initial, l'interrupteur ***K*** est abaissé et le circuit est fermé.

Soit $u_{AC}(t)$, la tension aux bornes de la bobine et $i(t)$, l'intensité dans le circuit.

On pose $\tau = L/(R+r)$.

1) Rappeler la relation entre la tension $u_{AC}(t)$ et l'intensité $i(t)$.

2) Ecrire, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle linéaire du 1[er] ordre dont $i(t)$ est solution (équation de maille).

3) Déterminer, par intégration de l'équation précédente, l'expression de $i(t)$.

4) En déduire l'expression de la tension $u_{AC}(t)$.

5) Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $i(t)$ et $u_{AC}(t)$.

6) Que deviennent ces deux courbes, si le générateur délivre une tension « créneau » $e(t)$ de période T (avec $\tau << T/2$) ? La tension est définie de la façon suivante (figure **2**) :

$e(t) = E$ si $0 \le t < T/2$; $e(t) = 0$ si $T/2 \le t < T$.

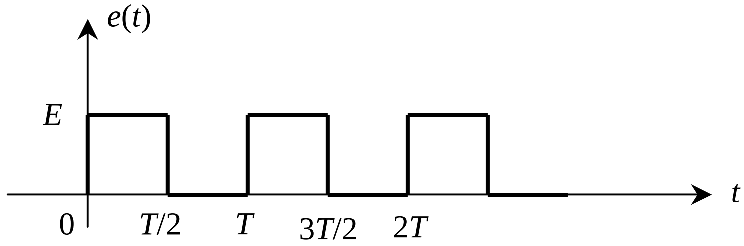

Figure **2**

<u>II. Circuit linéaire en régime sinusoïdal</u>

La source idéale de tension précédente, de f.é.m. E, est remplacée par un générateur de tension alternative sinusoïdale $u_e(t) = U_m \cos \omega t$ (figure **3**).

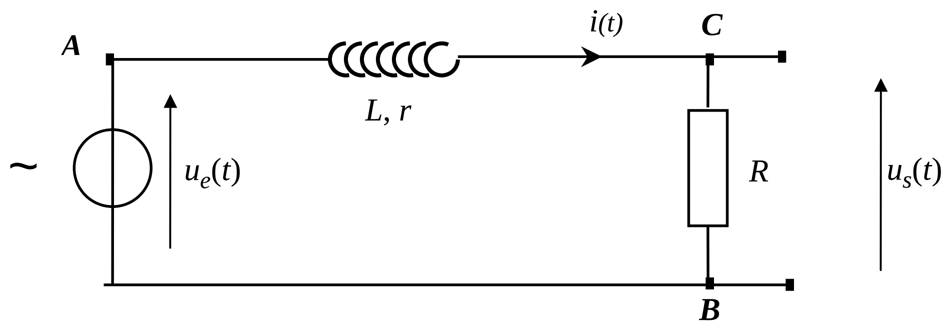

Figure **3**

Soit $u_S(t)$, la tension de sortie aux bornes du résistor.
On pose $\omega_o = (R+r)/L$ et $K = R/(R+r)$.

1) Soient $\underline{u}_S$ et $\underline{u}_e$ les amplitudes complexes respectives des tensions de sortie et d'entrée.

1.1. Écrire l'impédance complexe $\underline{Z}_{AB}(j\omega)$ du dipôle ***AB***. On rappelle l'égalité $j^2 = -1$.

1.2. Exprimer, en fonction de K, ω et ω_o, la fonction de transfert (ou transmittance) définie par le rapport complexe $\underline{H}(j\omega) = \underline{u}_S / \underline{u}_e$.

2) La fonction de transfert est caractérisée par son gain (ou module) $G(\omega)$ et par son argument $\varphi(\omega)$ (ou déphasage entre les tensions $\underline{u}_S$ et $\underline{u}_e$).

2.1. Déterminer, en fonction de K, ω et ω_o, les fonctions $G(\omega)$ et $\varphi(\omega)$.

2.2. Représenter, en fonction de $\log(\omega)$, l'allure de la courbe de gain $G(dB) = 20 \log G(\omega)$.

2.3. Même question pour la courbe de phase $\varphi(\omega)$.

3) Quelle est la caractéristique principale de ce montage ?

Tournez la page S.V.P.

Partie B

Électromagnétisme

*Les paragraphes **I** et **II** proposent l'étude de quelques phénomènes dissipatifs liés à l'induction.*

Dans un référentiel R, en un point M d'un circuit conducteur se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_e(M)_{/R}$ dans un champ magnétique $\vec{B}(M)$, il apparaît le champ électromoteur induit :

$$\vec{E}_m(M)_{/R} = \left(\vec{v}_e(M)_{/R} \wedge \vec{B}(M)\right) - \frac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t} \quad \textbf{(1)}$$

$\vec{A}(M,t)$ est le potentiel vecteur lié au champ $\vec{B}(M)$ par les relations $\vec{B}(M) = \overrightarrow{rot}\,\vec{A}(M,t)$ et $div\,\vec{A} = 0$. Ces deux relations locales permettent l'établissement de la relation intégrale, valable pour toute surface ***S***, non fermée, s'appuyant sur le contour ***C*** :

$$\oint_C \vec{A}\,\overrightarrow{d\ell} = \iint_S \vec{B}\,\overrightarrow{dS}$$

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct *(Ox, Oy, Oz)* de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On pourra utiliser, le cas échéant, le système de coordonnées cylindriques, constitué du triplet $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$.

I. Disque métallique en rotation dans un champ magnétique

Un disque métallique parfaitement conducteur (cuivre), de centre O, d'épaisseur h et de conductivité γ, est situé dans le plan xOy.

Ce disque est entraîné, autour de son axe Oz, par un moteur, dans un mouvement de rotation de vitesse angulaire ω.

Un dispositif, non précisé ici, engendre un champ magnétique $\vec{B} = B_o\vec{e}_z$, uniforme dans toute l'épaisseur du disque, à l'intérieur d'un volume demi-cylindrique de rayon R, contenant tous les points $M(x, y, z)$ du disque tels que $0 \le r \le R$ et $x \ge 0$, avec r distance du point M à l'axe Oz (figure **4**).

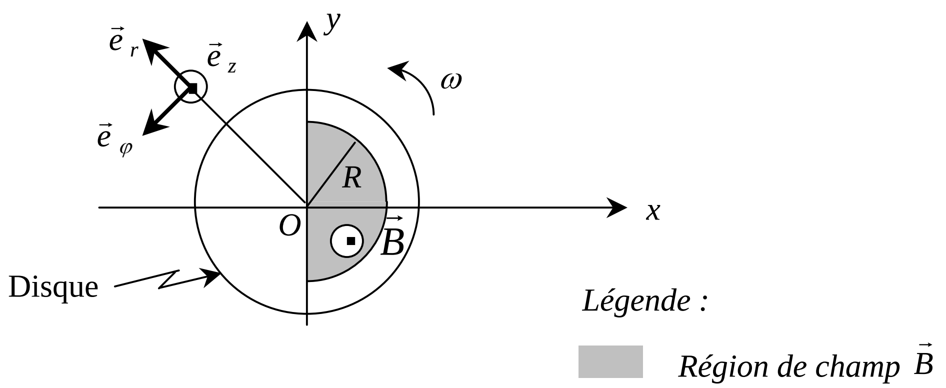

Figure **4**

1) $\vec{B}$ est un vecteur uniforme et constant. Montrer que l'expression vectorielle **(1)** définissant le champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)_{/R}$ se simplifie.

2) Soit un point *M* du disque, situé à la distance *r* de l'axe *Oz*.

2.1. Écrire, en fonction de *r*, ω et $\vec{e}_\varphi$, l'expression vectorielle de la vitesse $\vec{v}_e(M)$ du point *M*.

2.2. En déduire l'expression vectorielle du champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)$ lorsque le point *M* se trouve dans le champ magnétique.

2.3. Recopier, approximativement, la figure **4** et représenter le vecteur $\vec{E}_m(M)$ en un point choisi dans la région où règne le champ magnétique.

2.4. Le conducteur obéit à la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression vectorielle du vecteur densité de courant induit $\vec{j}_i(M)$.

2.5. Le champ électromoteur $\vec{E}_m(M)$ agit-il dans un circuit ouvert ou dans un circuit fermé ?

2.6. Compléter, en fonction de la réponse donnée à la question précédente, le dessin du §.I.2.3. :
- dans l'hypothèse d'un circuit ouvert, indiquer les zones d'accumulation et de défaut d'électrons ;
- dans l'hypothèse d'un circuit fermé, proposer le tracé d'un circuit que peuvent emprunter les charges mises en mouvement.

3) Dans la partie du disque soumise au champ $\vec{B}$, le courant induit dissipe une puissance volumique donnée par l'expression $(dP/d\tau) = \gamma\,\vec{E}_m^2$, avec $d\tau$, volume élémentaire de conducteur.

3.1. Sous quelle forme cette puissance électrique est-elle dissipée (ou dégradée) ?

3.2. Exprimer, en fonction de γ, *r*, ω et B_o, la puissance volumique ($dP/d\tau$) mise en jeu.

3.3. Déterminer la puissance totale P_I dissipée dans le volume de conducteur, soumis au champ magnétique.

3.4. Quel pourrait être l'effet de ce phénomène dissipatif sur la vitesse de rotation du moteur ?

3.5. *Application pratique*
Citer une application de ce dispositif électromagnétique.

3.6. *Application numérique*
$\gamma = 5{,}8\times10^{7}$ S.m^{-1} ; $\omega = 1{,}0\times10^{3}$ rad.s^{-1}; $h = 5{,}0\times10^{-3}$ m ; $R = 0{,}10$ m ; $B_o = 1{,}0\times10^{-2}$ T.
Calculer la puissance P_I.

II. Matériau conducteur soumis à un champ magnétique variable

1) Une spire *S*, formée d'un fil conducteur de diamètre négligeable, est placée dans un plan parallèle au plan *xOy*. De rayon R_o et de centre $P(0,0,z)$ choisi sur l'axe *Oz*, la spire est parcourue par un courant *i*. Le champ magnétique, créé au point *O*, est donné par la formule **(2)** (qui n'est pas à établir) :

$$\vec{B}(O) = B\vec{e}_z = \frac{\mu_o i}{2R_o}\sin^3\alpha\,\vec{e}_z \qquad \textbf{(2)}$$

α est l'angle $(\vec{e}_z, -\vec{r})$; *r* est la distance entre les points de *S* et l'origine *O* (figure **5**).

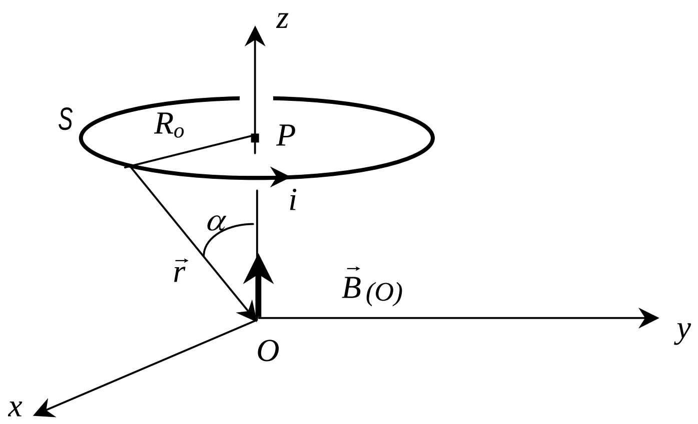

Figure **5**

Utiliser le résultat **(2)** pour déterminer le champ magnétique créé en *O* par un solénoïde infiniment long, d'axe *Oz*, et constitué par un empilement de spires jointives (*n* spires identiques à *S* par unité de longueur) et parcourues par le courant *i*.

2) Les spires du solénoïde sont parcourues par un courant variable. On admet qu'à l'intérieur de ce bobinage, le champ magnétique créé est uniforme dans l'espace : $\vec{B} = B\vec{e}_z$, mais *B* est variable dans le temps selon la loi $B(t) = B_m \sin\omega t$.

Des considérations de symétrie permettent de montrer que le potentiel vecteur $\vec{A}(M,t)$, associé au champ magnétique, en un point *M* situé à la distance ρ de l'axe *Oz* (avec $\rho < R_o$), est tangent au cercle ***C*** de rayon ρ et d'axe *Oz*. $\vec{A}(M,t)$ s'écrit alors sous la forme $\vec{A}(M,t) = A(\rho,t)\vec{e}_\varphi$. Exprimer, en fonction de ρ, B_m, ω et *t*, le potentiel vecteur $A(\rho,t)$.

3) Un cylindre métallique (cuivre) de rayon *R* (avec $R < R_o$), de hauteur *H* et de conductivité γ, est placé à l'intérieur du solénoïde. Le barreau et le bobinage sont coaxiaux (axe *Oz*) et immobiles (figure **6**).

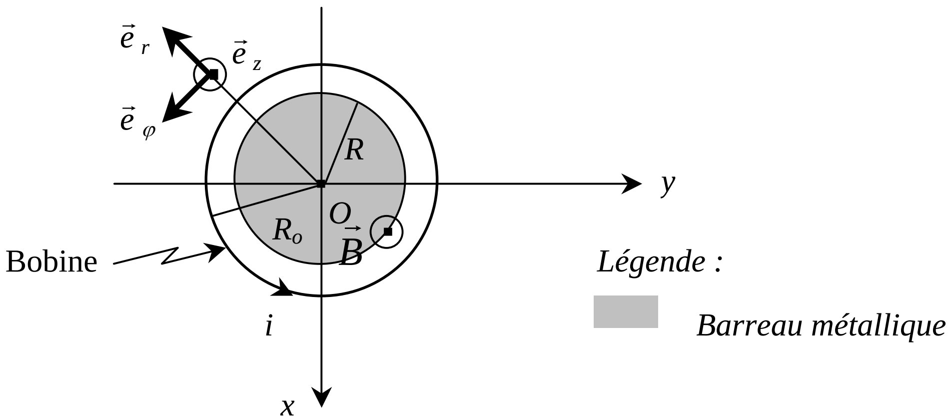

Figure **6**

3.1. Montrer qu'à l'intérieur du barreau, l'expression **(1)** du champ électromoteur se simplifie.
3.2. Exprimer, en fonction de ρ, ω, B_m et t, la norme E_m du champ électromoteur.
3.3. Recopier, approximativement, la figure **6** et présenter le tracé de quelques lignes de courants induits.
3.4. Ce type de courants porte le nom d'un Physicien. Lequel ?

4) Dans le barreau, totalement soumis au champ $\vec{B}$ variable, les courants induits dissipent une puissance volumique instantanée, définie par $(dP/d\tau) = \gamma\, \vec{E}_m^2$.

4.1. Sous quelle forme cette puissance est-elle dissipée ?
4.2. Déterminer, en fonction de γ, ρ, B_m , ω et t, la puissance volumique instantanée ($dP/d\tau$) mise en jeu.
4.3. En déduire la puissance volumique moyenne dissipée $< dP/d\tau >$.
4.4. Exprimer, en fonction de γ, H, R, B_m et ω, la puissance moyenne totale P_{II} dégagée dans tout le barreau métallique.
4.5. *Application pratique*
Citer une application de ce dispositif électromagnétique.
4.6. *Application numérique*
$\gamma = 5{,}8\times10^{7}$ S.m^{-1} ; $\omega = 5{,}0\times10^{4}$ rad.s^{-1}; $H = 0{,}20$ m; $R = 5{,}0\times10^{-2}$m; $B_m = 2{,}0\times10^{-4}$ T.
Calculer la puissance moyenne totale P_{II} dégagée.

Fin de l'énoncé