

EXERCICE II - COMBIEN DE TEMPS UN PARAPENTISTE PEUT-IL RESTER EN VOL AVANT D'ÊTRE EN DANGER D'HYPOTHERMIE ?

Mots clés : premier principe de la thermodynamique, transfert thermique, évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat

Un parapentiste, de masse $m = 75,3$ kg, vole à une altitude stabilisée de 2 450 m à laquelle règne une température $\theta_{air} = 10,8$ °C considérée comme constante.

Pour simplifier, la température du parapentiste est supposée uniforme, c'est-à-dire identique en tous points de son corps. Sa température évolue au cours du temps et sera notée $\theta(t)$.

Le parapentiste est naturellement réchauffé par de l'énergie produite par son métabolisme et représentée par un flux constant : $P_{th} = 116$ W.

Les échanges thermiques entre l'air et le parapentiste sont de type conducto-convectifs. Ils peuvent alors être modélisés par la loi phénoménologique de Newton

$\phi_{cc}(t) = h \times S \times (\theta_{air} - \theta(t))$ avec S la surface de contact du parapentiste avec l'air et h le coefficient de transfert thermique.

Données :

- coefficient de transfert thermique de l'air : $h = 100$ W·m⁻²·K⁻¹
- surface d'échange entre le parapentiste et l'air : $S = 1,9$ m²
- capacité thermique massique du corps humain : $c = 3,5 \times 10^3$ J·kg⁻¹·K⁻¹
- l'hypothermie est un phénomène au cours duquel une baisse anormale de la température d'un être vivant homéotherme (« à sang chaud ») ne permet plus d'assurer correctement ses fonctions vitales. Pour l'être humain :
 - de 34 à 35 °C, l'hypothermie est modérée ;
 - de 30 à 34 °C, hypothermie est moyenne ;
 - en dessous de 30 °C, hypothermie est grave.

1. Après avoir indiqué le sens du transfert thermique entre l'air et le parapentiste, démontrer, en expliquant précisément le raisonnement, la relation :

$$\Delta U = P_{th} \times \Delta t + \phi_{cc} \times \Delta t$$

où ΔU est la variation d'énergie interne du parapentiste pendant une durée suffisamment courte Δt .

2. Montrer que la température, supposée uniforme, $\theta(t)$ du parapentiste vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{\theta_{air}}{\tau} + \frac{P_{th}}{m \times c} \quad \text{avec } \tau = 1,4 \times 10^3 \text{ s}$$

Donner l'expression littérale de τ et vérifier sa valeur fournie ci-dessus.

On considère qu'à $t = 0$, $\theta(0) = 37$ °C à 2 450 m.

La température de l'air à cette altitude est de $\theta_{air} = 10,8$ °C.

3. Montrer que l'expression de la température du système en fonction du temps a pour expression :

$$\theta(t) = 25,6 \times e^{-\frac{t}{1,4 \times 10^3}} + 11,4 \quad \text{avec } t \text{ en s et } \theta \text{ en } ^\circ\text{C}$$

4. Déterminer la durée maximale de vol envisageable avant d'atteindre l'hypothermie grave. Commenter en critiquant les hypothèses retenues.