

EXERCICE C – Bouteille isotherme pour café chaud

Mots clés : transferts thermiques, énergie interne, loi de Newton

Afin de préparer une journée en plein air, deux randonneurs remplissent une gourde en plastique de café chaud. Pour évaluer les fuites thermiques à travers la surface de la gourde et son bouchon, ils mesurent une baisse de température de 10 °C sur une durée $\Delta t_1 = 8,5$ min.



Figure1. Photographie d'une gourde en plastique

Données :

- capacité thermique massique de l'eau $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$;
- masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$;
- le café est introduit dans la gourde à la température T_{ini} de 80,0 °C ;
- volume de la gourde : $V = 0,200 \text{ L}$;
- loi de Newton donnant l'expression du flux thermique Φ en watt entre un système dont la surface d'échange est à la température T et un fluide extérieur de température $T_{\text{ext}} < T$:
$$\Phi = h \times S \times (T - T_{\text{ext}})$$
avec h le coefficient de transfert thermique surfacique et S l'aire de la surface d'échange ;
- température de l'air extérieur : $T_{\text{ext}} = 20,0 \text{ °C}$;
- $h = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$;
- $S = 300 \text{ cm}^2$.

On assimile le café à de l'eau. L'épaisseur de la gourde est assez fine pour considérer qu'elle et le café sont à tout instant à la même température, y compris à l'instant initial.

- Q1.** En utilisant un schéma, préciser le sens du transfert thermique entre le système {gourde + café} et l'extérieur.
- Q2.** Expliquer qualitativement pourquoi on ne peut pas affirmer que le café sera à la température idéale de 60 °C au bout de 17 minutes.
- Q3.** Déterminer la valeur de la capacité thermique du système {gourde + café}, notée C_{TOT} sachant que la capacité thermique de la gourde est supposée négligeable.
- Q4.** Établir que l'équation différentielle régissant l'évolution de $T(t)$, température du système {gourde + café}, s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{hS}{C_{\text{TOT}}} (T_{\text{ext}} - T)$$

- Q5.** Montrer que l'expression $T(t) = T_{\text{ext}} + (T_{\text{ini}} - T_{\text{ext}}) \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot S}{C_{\text{TOT}}} t\right)$ est solution de l'équation différentielle et satisfait à la condition initiale. Déterminer la valeur du rapport $\frac{C_{\text{TOT}}}{h \times S}$ et rappeler sa signification physique.
- Q6.** En déduire la durée Δt_2 nécessaire pour que le café soit à la température idéale de 60 °C. Commenter.

Constatant que le café refroidit trop vite, les randonneurs choisissent d'utiliser d'une bouteille isotherme. Cette bouteille possède deux parois de verre argentées séparées par du vide.

Q7. Expliquer qualitativement pourquoi la structure de la bouteille isotherme permet de maintenir la température du café chaud plus longtemps.