EXERCICE 3 – DÉTERMINATION DE LA VALEUR DU CHAMP DE PESANTEUR À LA SURFACE DE LA LUNE (6 points)

Apollo 14 (31 janvier 1971 - 9 février 1971) est la huitième mission habitée du programme Apollo et la troisième à se poser sur la Lune. Il s'agit de la première mission dont le lieu d'atterrissage a été sélectionné non en fonction de contraintes techniques, mais pour son intérêt géologique.
(https://fr.wikipedia.org/wiki/Apollo_14)

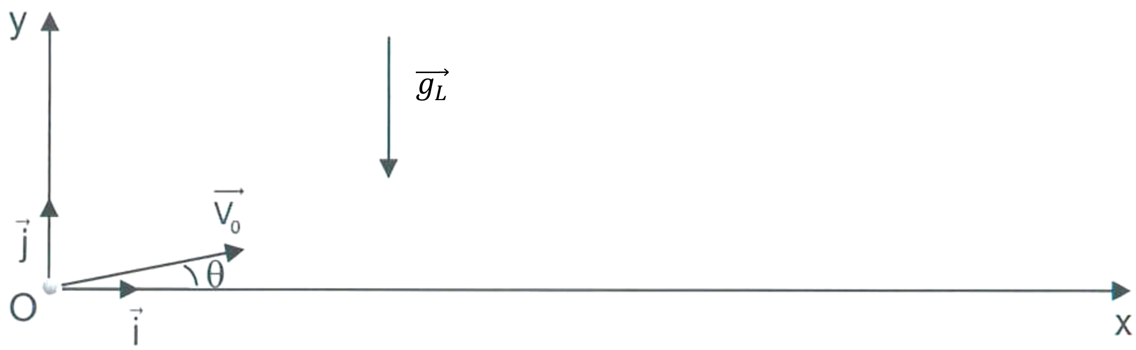
Le 6 février 1971, l'astronaute Alan Shepard s'essaya au golf à la surface de la Lune. Après deux tentatives infructueuses du fait de la gêne créée par sa combinaison spatiale, le troisième essai propulsa la balle de telle sorte qu'elle ne fut retrouvée qu'en 2021, grâce à une analyse numérique poussée du film original de la mission. Il fut alors établi que la balle n'avait pas parcouru des kilomètres et des kilomètres, mais seulement 36 m !
(https://sciencepost.fr/balle-de-golf-alan-shepard-lune-apollo-14/)

À partir des informations disponibles sur ce tir, il a aussi été possible d'estimer que la balle était partie avec une vitesse initiale $V_0 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ et avec un angle initial $\theta = 25°$.

L'objectif de cet exercice est de montrer que les caractéristiques de ce tir permettent d'obtenir une estimation de la valeur du champ de pesanteur à la surface de la Lune, noté g_L.

La balle de golf est modélisée par un point matériel de masse $m = 46{,}0 \text{ g}$ évoluant dans le champ de pesanteur lunaire $\overrightarrow{g_\text{L}}$. Du fait de l'absence d'air, la balle ne subit aucune force autre que son poids.

Le mouvement de la balle est étudié dans le système d'axes $(\text{Ox}\,;\text{Oy})$. À la date $t = 0 \text{ s}$, elle est placée à l'origine du repère O.



Étude du mouvement et détermination du champ de pesanteur lunaire

Q1. À partir d'une loi dont on donnera le nom, exprimer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le repère $(\text{Ox}\,;\text{Oy})$.

Q2. En déduire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la balle.

La portée du tir correspond à la distance x_P entre l'origine du mouvement O et le point d'impact au sol. La durée du vol, t_vol, est le temps écoulé entre le tir et le moment où la balle retombe au sol.

Q3. À partir des équations horaires du mouvement établies à la question **Q2**, montrer, en détaillant soigneusement le raisonnement, que t_vol, la durée du vol de la balle, peut s'exprimer :

$$t_\mathrm{vol} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin(\theta)}{g_\mathrm{L}}$$

Q4. À partir des mêmes équations horaires du mouvement, déterminer une autre expression du temps de vol t_vol en fonction de la portée du tir x_P, de la vitesse initiale de la balle V_0, et de l'angle de tir θ.

Q5. En déduire, en détaillant le raisonnement, que l'expression du champ de pesanteur lunaire g_L peut s'écrire :

$$g_\mathrm{L} = \frac{2 \cdot {V_0}^2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)}{x_\mathrm{P}}$$

On suppose que la balle s'est arrêtée là où elle a touché le sol (elle n'a pas roulé). Autrement dit :

$$x_\mathrm{P} = 36\ \mathrm{m}$$

Q6. Calculer la valeur numérique de g_L en précisant son unité.

On souhaite comparer cette valeur à celle obtenue à partir des caractéristiques de la Lune en appliquant la loi de la gravitation universelle. Cette dernière permet d'exprimer le champ de pesanteur lunaire g_L0 en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la masse de la Lune M_L et du rayon de la lune R_L selon l'expression :

$$g_\mathrm{L0} = \frac{G \cdot M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}^2}$$

Q7. Calculer la valeur numérique de g_L0 en utilisant les données ci-après.

- Masse de la Lune : $M_\mathrm{L} = 7{,}34 \times 10^{22}\ \mathrm{kg}$
- Rayon de la lune : $R_\mathrm{L} = 1740\ \mathrm{km}$
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$

Q8. Comparer la valeur du champ de pesanteur lunaire g_L0 obtenue à partir de la loi de gravitation universelle à celle obtenue à partir du tir de golf d'Alan Shepard.