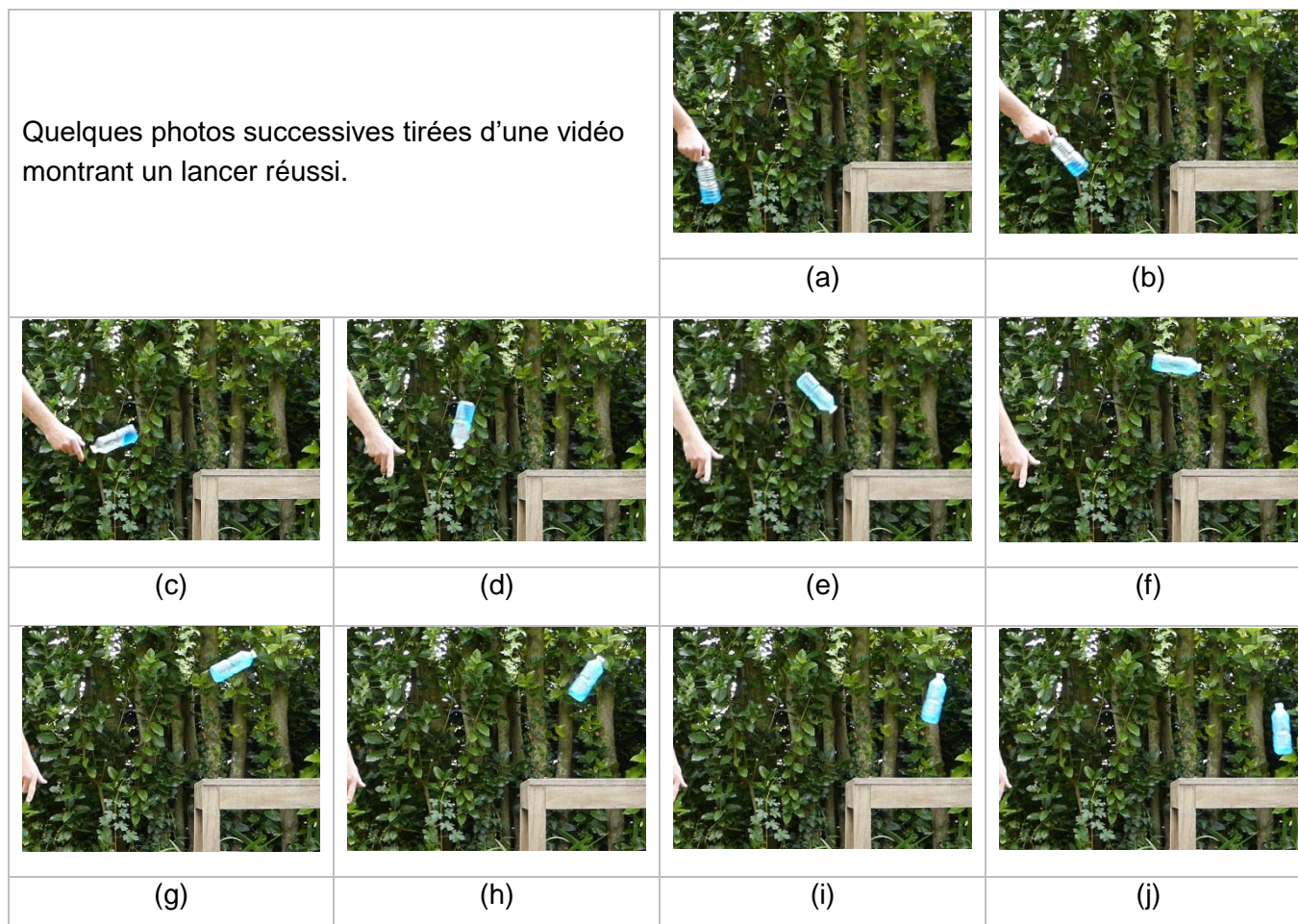


Exercice B : « Water bottle flip » (5 points)

Mots-clés : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme, lois de Newton, langage Python.

Le « water bottle flip » est un jeu d'adresse consistant à lancer une bouteille plastique partiellement remplie d'eau afin qu'elle se pose verticalement sur sa base sur une table placée à proximité. Il faut beaucoup s'entraîner pour réussir un « water bottle flip ». Initialement, la bouteille n'est tenue que par son col. Le mouvement ascendant du bras communique la vitesse juste suffisante à la bouteille. Tandis qu'elle monte puis redescend, celle-ci tourne sur elle-même.



Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement du centre de masse de la bouteille.

Le système considéré est l'ensemble {bouteille + eau} de masse $m = 162 \text{ g}$ dont on étudie le mouvement du centre de masse, noté G .

Le système évolue dans le champ de pesanteur terrestre \vec{g} uniforme.

On fait l'hypothèse que l'action de l'air est négligeable.

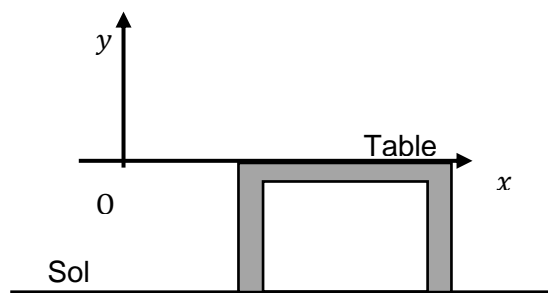
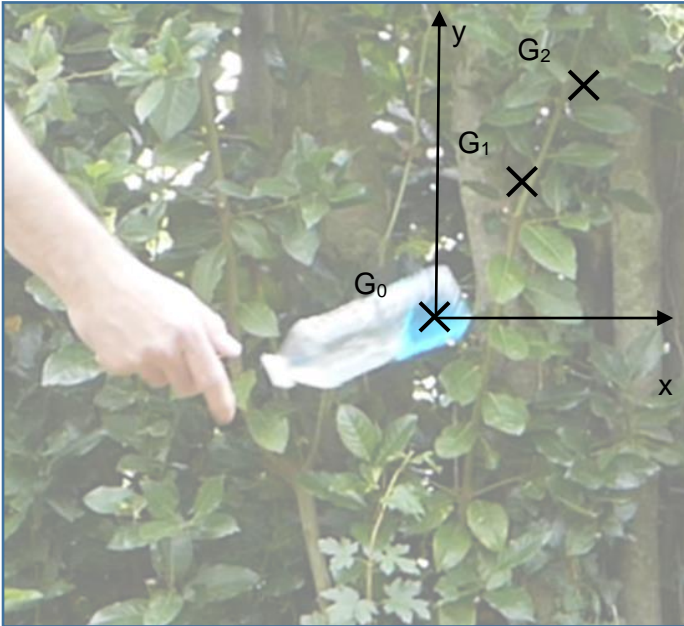


figure 1

Le mouvement est étudié dans le système d'axes (Oxy) (Cf. **figure 1**).

À la date $t = 0$ s, le centre de masse G est placé à l'origine du repère O et sa vitesse initiale, notée \vec{v}_0 , a une direction faisant un angle α avec l'axe horizontal (Ox).

Recherche des conditions initiales sur la vitesse



Grâce à la vidéo montrant un lancer réussi, on a pu pointer la position du centre de masse G à différents instants.

Sur la **figure 2**, la durée entre deux positions successives est $\tau = 40$ ms.

L'échelle est donnée par la bouteille dont la hauteur est 18,8 cm.

figure 2 : chronophotographie du mouvement du centre de masse G lors du « water bottle flip » réussi.

1. Représenter sur la copie, sans souci d'échelle, le système d'axes (Oxy) , le vecteur \vec{v}_0 , l'angle α ainsi que les coordonnées v_{0x} et v_{0y} et l'allure de la trajectoire du centre de masse de la bouteille.
2. À partir des données expérimentales fournies et de la figure 2, vérifier que la valeur expérimentale v_0 du vecteur vitesse initial \vec{v}_0 est proche de $3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
3. Proposer une méthode permettant de déterminer expérimentalement la valeur de l'angle α .

Modélisation du déplacement du centre de masse

4. En précisant la loi utilisée, donner les expressions des coordonnées du vecteur accélération \vec{a} du centre de masse : $a_x(t)$ et $a_y(t)$.
5. En déduire les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse du centre de masse et montrer que les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

Pour déterminer la distance à laquelle tombe la bouteille par rapport au point O , on crée un programme en langage python dont un extrait est présenté ci-dessous. Ce programme utilise les équations horaires modélisant le déplacement du centre de masse et les valeurs expérimentales :

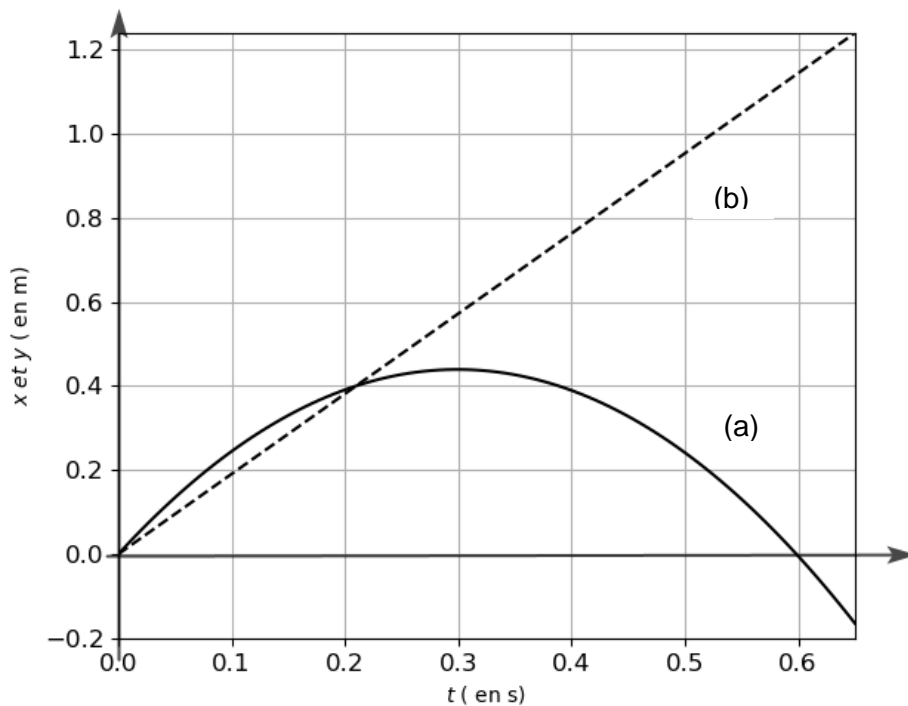
$$v_0 = 3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \alpha = 59^\circ \quad g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

```

5. g = 9.81 # Intensité du champ de pesanteur en m /s2
6.
7. v0 = float(input('valeur de la vitesse initiale(en m/s) : v0 = '))
8. alpha = float(input('valeur de l'angle de tir(en degré) : alpha = '))
9.
10. # Tracé des courbes horaires
11.
12. t=np.linspace(0,0.65,100)
13. for i in t :
14.     x = v0*cos(alpha*pi/180)*t #calcul de x à la date t
15.     y = -0.5*g*t**2+ *t #calcul de y à la date t
16.
17. plt.plot(t,x,'k--',label='x en fonction de t')
18. plt.plot(t,y,'k',label='y en fonction de t')
19.

```

L'exécution de ce programme permet d'obtenir le graphique ci-dessous qui modélise l'évolution des coordonnées (x, y) , exprimées en mètre, du point G au cours du temps.



6. Associer chacun de ces tracés à $x(t)$ et $y(t)$.

7. Préciser ce qui est caché par le rectangle gris dans la ligne 15 du programme (expression ou valeur).

On estime que le centre de masse G se trouve à une hauteur voisine de 2 cm du fond de la bouteille lorsque celle-ci se pose sur la table.

8. Estimer la durée du mouvement de la bouteille obtenue par la modélisation.

La durée du mouvement de la bouteille lors de la réalisation de ce « water bottle flip » a été mesurée. On a obtenu $\Delta t = (0,50 \pm 0,05)$ s.

9. Proposer au moins une explication permettant de rendre compte de l'écart entre cette durée réelle et la durée obtenue par la modélisation.
10. À l'aide du modèle, déterminer la distance à laquelle la bouteille tombe sur la table par rapport à l'origine du repère. Indiquer ce qu'il est possible de prévoir pour la distance réelle.