

Exercice 3 (4 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Question 1

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = xe^{-x}$.

- Donner la limite de f en $+\infty$.
- Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0 ; +\infty[$, $f'(x) = e^{-x}(1 - x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .
- En déduire le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.

Question 2

On considère les nombres complexes $z_1 = 6 e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

- Écrire z_2 sous forme exponentielle. Détailler les calculs.
- En déduire une écriture du nombre complexe $Z = \frac{z_1}{z_2^3}$ sous forme exponentielle.