

### EXERCICE III – ACCORDER UN DIAPASON (5 points)

Un groupe de quatre élèves dispose de quatre diapasons en aluminium ayant des branches de même largeur  $d = 7 \text{ mm}$  et de longueurs  $L$  différentes. L'un de ces diapasons est représenté sur la figure 1. En modifiant la largeur des branches ou leur longueur, il est possible d'ajuster la fréquence du son émis par le diapason.

Le but de cet exercice est de comprendre comment on peut modifier ces quatre diapasons afin qu'ils émettent tous un son de fréquence  $f = 440 \text{ Hz}$ , c'est-à-dire un La3.

Chaque élève a enregistré le son émis par les quatre diapasons (numérotés de ① à ④) à l'aide d'un microphone relié à un ordinateur. Le signal obtenu a permis de déterminer la fréquence du son émis par chacun des diapasons.

Le tableau 1 ci-dessous regroupe les résultats obtenus et fait le lien entre la fréquence  $f$  du son émis et la longueur  $L$  des branches du diapason.

Numéro du diapason	①	②	③	④
Fréquence $f$ du son émis (Hz)	485	384	320	256
Longueur $L$ des branches (m)	0,108	0,121	0,133	0,147
$1/L^2 \text{ (m}^{-2}\text{)}$	85,7	68,3	56,5	46,3

Tableau 1.

En utilisant un modèle théorique, on peut établir qu'un diapason en aluminium dont les branches ont une largeur  $d$  et une longueur  $L$  émet un son de fréquence  $f$  telle que :

$$f = 0,16 \times \sqrt{\frac{E_A}{\rho_A}} \times \frac{d}{L^2} \quad (1)$$

- où :
- $E_A$  (en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$ ) est une constante caractéristique de l'aluminium ;
  - $\rho_A$  (en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) est la masse volumique de l'aluminium ;
  - $f$ ,  $d$  et  $L$  sont exprimées dans les unités de base du Système International.

Lorsqu'il est tenu à la main, le son produit par le diapason est difficilement audible. Pour le rendre pur et l'amplifier, Albert Marloye eut l'idée, en 1839, de poser la base du diapason sur une caisse de résonance. Il s'agit d'une boîte en bois ouverte à l'une de ses extrémités (figure 2 ci-contre). Dans le cadre d'un modèle simplifié, une onde sonore sinusoïdale de longueur d'onde  $\lambda$  est amplifiée par la caisse à condition que la profondeur  $D$  de la cavité interne soit un multiple entier impair de  $\lambda/4$  (exemples :  $\lambda/4$  ;  $3\lambda/4$  ;  $5\lambda/4$  ; ...).

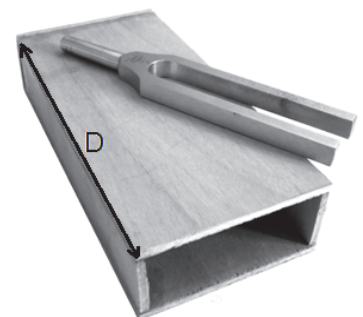


Figure 2.

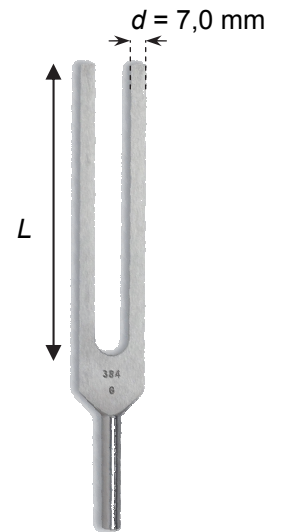


Figure 1.

La vitesse du son dans l'air dépend de la température selon la courbe ci-dessous.

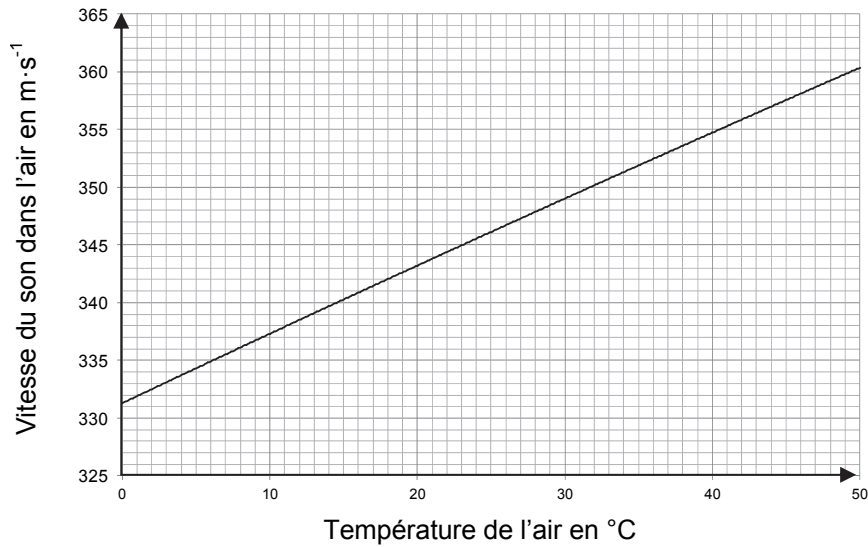


Figure 3. Valeur de la vitesse du son dans l'air en fonction de la température de l'air

### Questions préliminaires

1. Montrer, par une analyse dimensionnelle, que la formule (1) est homogène et qu'elle est compatible avec les mesures du tableau 1.
2. Déterminer la longueur d'onde d'un son de fréquence 440 Hz se propageant dans l'air à 25 °C.

### Problème

Dans un atelier disposant d'outils de précision, on peut couper les branches d'un diapason en aluminium à la longueur  $L$  désirée ou diminuer la largeur  $d$  des branches. On peut également y fabriquer des caisses de résonance en bois.

On dispose des quatre diapasons numérotés de ① à ④. Indiquer la ou les instruction(s) à donner à l'atelier pour que chacun des quatre diapasons émette un son de fréquence  $f = 440$  Hz (La3) amplifié de façon optimale par une caisse de résonance en bois. Le dispositif sera utilisé dans une salle à 25°C.