# EXERCICE I : MISSION APOLLO XIV (9 points)

En février 1971, la mission américaine Apollo XIV devient la huitième mission habitée du programme Apollo et la troisième à se poser sur la Lune. Lors de cette mission, un des astronautes, Alan B. Shepard Jr, installe un réflecteur de lumière sur le sol lunaire. Il réalise aussi un rêve : jouer au golf sur la Lune !

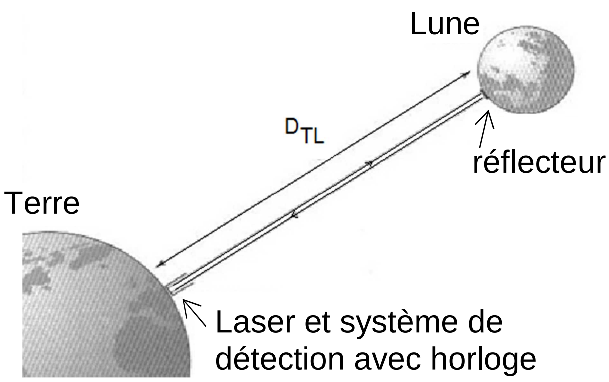
**Données :**

- Célérité de la lumière dans le vide et dans l'air : $c$ = 299 792 458 m.s$^{-1}$.
- Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3$.kg$^{-1}$.s$^{-2}$.
- Valeur du champ de pesanteur terrestre : $g_T$ = 9,81 N.kg$^{-1}$.
- La Terre et la Lune sont supposées sphériques.

| | Masse | Rayon |
|---|---|---|
| Terre | $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg | $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km |
| Lune | $M_L = 7{,}33 \times 10^{22}$ kg | $R_L = 1{,}74 \times 10^3$ km |

## 1. Mesure de la distance Terre-Lune

L'expérience « LASER-LUNE » de l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) a pour objectif la détermination précise de la distance Terre-Lune et de ses variations.




Le principe de la mesure est de déterminer la durée $T$ d'un aller-retour d'une impulsion LASER émise du sol terrestre vers un réflecteur lunaire composé de nombreux prismes qui jouent le rôle de miroir. La lumière est réfléchie dans la même direction que le rayon lumineux incident. On en déduit la distance $D_{TL}$ séparant la Terre de la Lune.
La valeur moyenne de la distance $D_{TL}$, étant d'environ $3{,}84 \times 10^8$ m, on prévoit un intervalle $T$ de quelques secondes entre l'émission d'une impulsion et la réception du signal de retour correspondant. Actuellement, la distance Terre-Lune peut être déterminée avec une précision de 5 mm.

*D'après le site [www.culturesciencesphysique.ens-lyon.fr](www.culturesciencesphysique.ens-lyon.fr)*

1.1. Montrer que l'information donnée dans la présentation de l'expérience concernant la durée $T$ est correcte. Justifier votre réponse.

1.2. Les incertitudes relatives sur la distance $D_{TL}$ et la durée $T$ s'expriment par la relation : $\frac{U(D_{TL})}{D_{TL}} = \frac{U(T)}{T}$, où $U(D_{TL})$ et $U(T)$ sont les incertitudes absolues sur la mesure de $D_{TL}$ et de $T$.

Le tableau ci-après donne la précision relative de quelques horloges performantes :

| Type d'horloge | Horloge à quartz | Horloge atomique au césium | Horloge optique |
|---|---|---|---|
| Précision relative | $10^{-9}$ | $10^{-16}$ | $10^{-18}$ |

Quel type d'horloge faut-il utiliser pour obtenir une distance $D_{TL}$ précise à 5 mm près ? Justifier.

## 2. Golf lunaire

Interview de l'astronaute Alan B. Shepard Jr :
« - Dix ans après votre premier vol, vous êtes allé sur la Lune (Apollo XIV, en 1971), où vous vous êtes livré à un exercice assez original...
- Oui, j'ai joué au golf sur la Lune ! J'ai failli rater la première balle parce que j'étais gêné par ma combinaison spatiale et elle a lamentablement échoué dans un cratère tout proche. La seconde, grâce à la faible gravité, est partie à des kilomètres et des kilomètres, sans bruit, semblant ne jamais vouloir se poser. »

*D'après l'interview de F. Nolde-Langlois - 29/06/1995 - Libération*

Dans cette partie, on souhaite vérifier quelques-uns des propos formulés par l'astronaute lors de l'interview.

2.1. Interaction gravitationnelle lunaire.

Faire un schéma d'un objet de masse $m$ à l'altitude $h$ au voisinage de la Lune, en représentant :
- le vecteur unitaire $\vec{u}$ orienté de l'objet vers le centre de la Lune ;
- le vecteur $\vec{F}$ modélisant la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Lune sur l'objet.

Donner l'expression vectorielle de cette force d'interaction gravitationnelle en fonction de $G$, $m$, $M_L$, $h$, $R_L$ et $\vec{u}$.

2.2. Champ de pesanteur lunaire.

2.2.1. En faisant l'hypothèse que le poids sur la Lune est égal à la force d'interaction gravitationnelle, donner l'expression vectorielle $\vec{g_L}$ du champ de pesanteur à une altitude $h$ en fonction de $G$, $M_L$, $h$, $R_L$ et $\vec{u}$ .

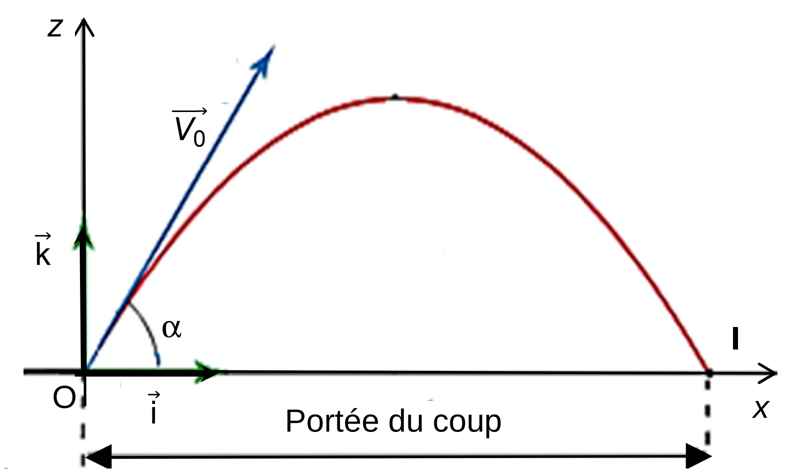
2.2.2. Calculer la valeur du champ de pesanteur $g_L$ à la surface de la Lune.

2.2.3. Expliquer pourquoi Alan B. Shepard Jr parle alors de « faible gravité » sur la Lune.

2.3. Mouvement d'une balle de golf dans le champ de pesanteur lunaire.

Dans cette partie, on fait l'hypothèse que le champ de pesanteur lunaire est uniforme et que sa valeur est $g_L$ = 1,61 N.kg$^{-1}$.
On se place dans un référentiel lunaire supposé galiléen.

À la date t = 0 s, l'astronaute frappe la balle de golf et lui communique une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale.
La balle de golf est modélisée par un point matériel M.
L'origine du repère (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$) est prise au point de départ de la balle.



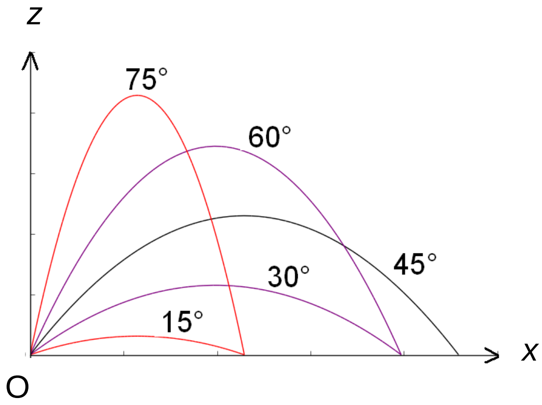

2.3.1. Une première modélisation du mouvement conduit à l'expression suivante des coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ de la balle lors de son mouvement :

$$\begin{cases} x(t) = V_0.\cos(\alpha).t \\ z(t) = -\frac{1}{2}\, g_L.t^2 + V_0.\sin(\alpha).t \end{cases}$$

À partir des coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ de la balle de golf, montrer que dans le modèle utilisé, seule la force d'interaction gravitationnelle a été prise en compte. Détailler la démarche suivie.

2.3.2. Portée du coup.

La portée du coup est la distance entre le point de lancement O et le point d'impact I au sol.
Pour une même valeur de la vitesse $V_0$, on donne la représentation de la modélisation de la trajectoire de la balle pour différentes valeurs de l'angle $\alpha$.




a) La portée du coup est donnée par la relation :

$$x_I = \frac{(V_0)^2 .\sin(2\alpha)}{g_L} .$$

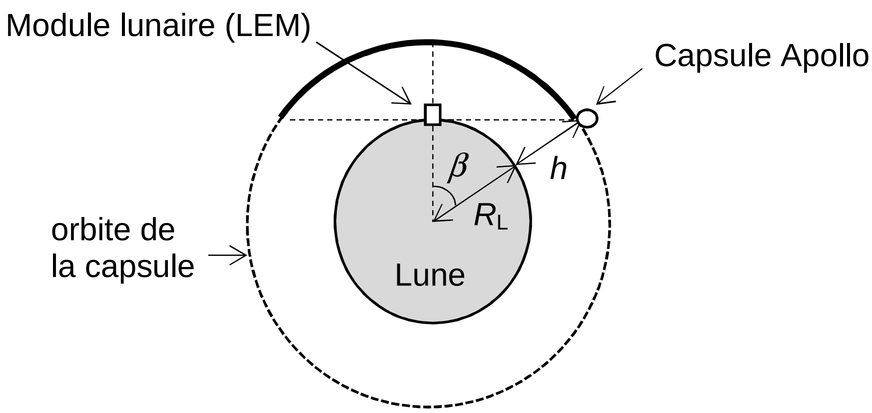
En quoi cette expression est-elle cohérente avec les représentations des trajectoires sur le graphique ci-dessus ?

b) Alan B. Shepard Jr se place dans les conditions les plus favorables afin d'atteindre un record sur la Lune. Il communique à la balle une vitesse initiale $V_0$ de 100 km.h$^{-1}$. La valeur de la portée de son coup est alors de 470 m.
À quelle distance aurait-il pu envoyer la balle sur Terre, avec les mêmes conditions initiales ? Commenter.

## 3. Communication entre la Lune et la capsule Apollo

Quand elle arrive au voisinage de la Lune, la capsule Apollo est mise en orbite à une altitude $h$ égale à 110 km. Son mouvement est circulaire et uniforme autour du centre de la Lune. Le module lunaire (LEM) est alors envoyé sur la Lune, avec deux astronautes à son bord. Le troisième astronaute reste à bord de la capsule Apollo.

Le schéma ci-dessous représente l'orbite de la capsule Apollo autour de la Lune. Les échelles ne sont pas respectées.




L'étude du mouvement de la capsule se fait dans le référentiel lunocentrique supposé galiléen, défini par le centre de la Lune supposée sphérique et trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. Dans cette étude, on néglige la rotation de la lune sur elle-même dans le référentiel lunocentrique.

3.1. Donner l'expression de la valeur du vecteur accélération de la capsule sur son orbite en fonction de G, $M_L$, $h$, $R_L$.

3.2. Montrer que la valeur v de la vitesse de la capsule est donnée par :

$$v = \sqrt{\frac{G.M_L}{R_L+h}}$$

3.3. Vérifier que la durée entre deux passages successifs de la capsule Apollo à la verticale du module lunaire posé sur la Lune vaut environ 2 h.

3.4. Expliquer pourquoi la communication entre les astronautes sur la Lune et leur collègue resté dans la capsule ne peut se faire que sur la partie de l'orbite représentée en gras.

3.5. Quelle est la durée de communication possible à chaque révolution de la capsule ?

*Toute démarche, même non aboutie, sera valorisée.*