

SESSION 2015

AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE

Section : PHYSIQUE - CHIMIE
Option : CHIMIE

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

A

Autour de GALILEO

Introduction

Galileo est le nom du programme européen de radionavigation par satellite, qui devrait doter l'union européenne de son propre système de navigation, garantissant ainsi son indépendance vis-à-vis des autres dispositifs existants, notamment le système américain (GPS, Global Positioning System) et le système russe (GLONASS). Galileo est un ensemble autonome basé sur une constellation de trente satellites en orbite à moyenne altitude, en interaction avec une importante infrastructure terrestre déployée à travers le monde. Il y aura dix satellites sur chacune de trois orbites planes, inclinées d'un angle de 56° par rapport au plan équatorial. Cette inclinaison particulière a été choisie pour assurer une bonne couverture des latitudes polaires, actuellement peu desservies par le GPS. Avec cette constellation de 30 satellites, il y aura une forte probabilité qu'une personne en un point quelconque du globe, soit en vue d'au moins quatre satellites simultanément, si bien qu'elle pourra déterminer sa position en utilisant les signaux émis par ces quatre satellites. En effet, il faut au moins quatre satellites pour obtenir une position précise à la surface de la Terre. Dans la plupart des zones du globe, six à huit satellites de Galileo seront en permanence visibles, ce qui permettra une précision de localisation de quelques centimètres.

Les deux premiers satellites de Galileo ont été lancés depuis le centre spatial guyanais le 21 octobre 2011 par une fusée Soyouz. Deux autres les ont rejoints le 12 octobre 2012. Chaque paire de satellite occupe une orbite. La phase de validation du projet (phase IOV, In-Orbit Validation) est donc en cours d'achèvement. Avec ces quatre premiers satellites, des tests complets pourront être réalisés lorsqu'ils seront simultanément en visibilité d'un même point.

Désormais, c'est la phase suivante, appelée FOC (Full Operational Capability), qui démarre, consistant au déploiement des vingt six satellites restants. Il est prévu de disposer, d'ici fin 2015, de 18 satellites en orbite, qui permettront alors d'obtenir un service de positionnement plus précis que celui existant grâce à une combinaison des signaux de Galileo et du GPS. La fin du programme de mise en orbite de l'ensemble des satellites est prévue pour 2020 environ.

Ce sujet aborde différents aspects de ce système de navigation. Dans une première partie, on étudiera la trajectoire d'un satellite, puis on s'intéressera à la propagation des signaux émis par le satellite dans l'atmosphère terrestre. Enfin, on analysera la nature des signaux de télécommunication et la manière dont l'information est transportée en transposant le problème à des signaux électriques à basse fréquence. Pour finir, on étudiera un outil indispensable dans le domaine des télécommunications : le laser.

Les différentes parties du sujet sont indépendantes les unes des autres.

Table des matières

I- Etude de la trajectoire d'un satellite	8
I-1. Caractéristiques du mouvement de quelques satellites	8
I-2. Mesure du champ de pesanteur	9
II- Propagation d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère	11
II-1. Propagation dans le vide	11
II-2. Propagation dans l'ionosphère	11
III-Modulation d'un signal	13
III-1.Modulation d'amplitude	13
III-2.Démodulation d'amplitude	14
IV-Numérisation d'un signal	17
IV-1.Convertisseur numérique analogique	17
IV-2.Convertisseur analogique numérique	18
V- Signal optique : émission par une diode laser	19
V-1. Principe de fonctionnement de la diode laser	19
V-2. Caractérisation du spectre de la diode laser	19
V-2.1. Détermination de la longueur d'onde centrale de la diode laser	19
V-2.2. Détermination de la largeur spectrale de la diode laser	21

Formulaire et données

1. Formules mathématiques

1. Formules trigonométriques : si p et q sont réels, alors

$$\begin{aligned}\cos p \times \cos q &= \frac{1}{2} (\cos(p+q) + \cos(p-q)) \\ \cos p + \cos q &= 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \times \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\end{aligned}$$

2. Formules d'analyse vectorielle (\vec{V} est un vecteur et Φ est un scalaire) :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(\Phi)) = \vec{0}, \quad \text{div}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{V})) = 0;$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{V})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{V})) - \overrightarrow{\Delta} \vec{V}, \quad \Delta \Phi = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\Phi))$$

2. Constantes fondamentales et grandeurs physiques

Constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Charge élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Masse de la Terre : $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$

Rayon de la Terre : $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$

3. Schémas de principe de certains montages d'électronique

- Montage comparateur

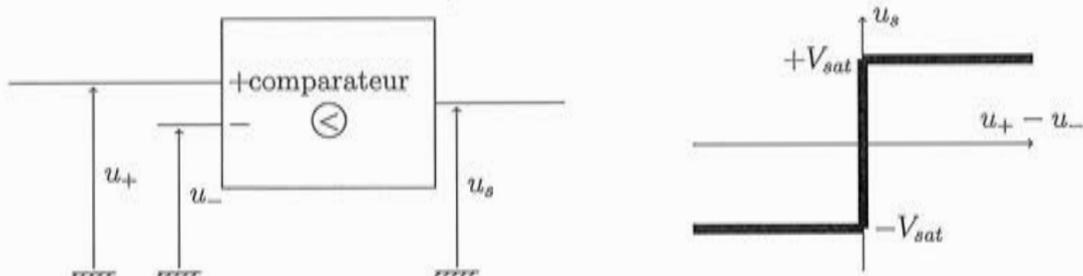


FIGURE 1 - Schéma de principe et caractéristique d'un comparateur. Le montage comparateur délivre une tension $+V_{sat}$ lorsque la tension d'entrée u_+ est supérieure à la tension d'entrée u_- , et une tension $-V_{sat}$ dans le cas contraire. V_{sat} est positive.

- Montage amplificateur inverseur

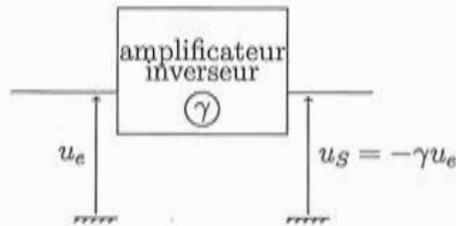


FIGURE 2 – Schéma de principe d'un amplificateur inverseur. Le montage amplificateur inverseur délivre une tension proportionnelle à la tension d'entrée, et de signe opposé. Le rapport γ est positif et peut être plus grand ou plus petit que 1.

- Montage multiplieur

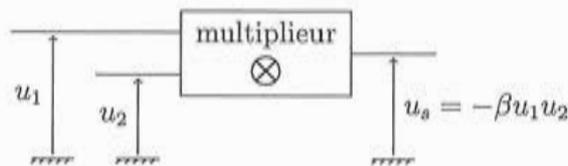


FIGURE 3 – Schéma de principe d'un multiplieur. La tension de sortie est proportionnelle au produit des deux tensions d'entrée. La constante β est positive.

- Montage additionneur

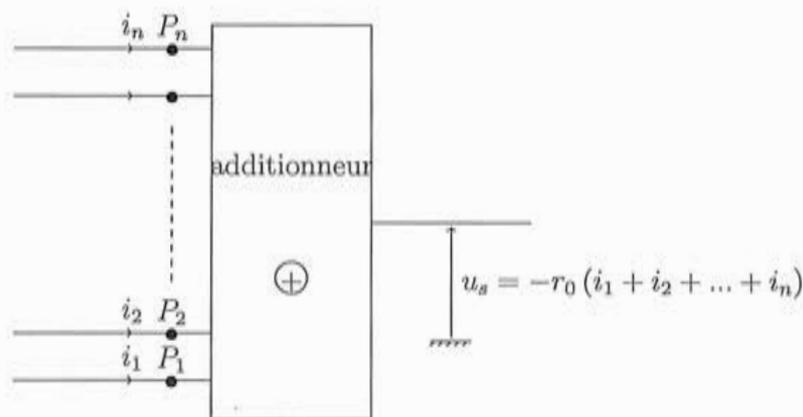


FIGURE 4 – Schéma de principe d'un additionneur. Le montage additionneur délivre une tension proportionnelle à la somme des courants d'entrée. La constante r_0 , homogène à une résistance, est positive. On admet que les potentiels aux points d'entrée P_i sont nuls : $V_{P_1} = \dots = V_{P_i} = \dots = V_{P_n} = 0$.

4. Atmosphère terrestre¹

Il n'y a pas de frontière définie entre l'atmosphère et l'espace. Elle devient de plus en plus ténue et s'évanouit peu à peu dans l'espace. L'altitude de 120 km marque la limite où les effets atmosphériques deviennent notables durant la rentrée atmosphérique. La ligne de Kármán, à 100 km, est aussi fréquemment considérée comme la frontière entre l'atmosphère et l'espace. L'atmosphère est divisée en plusieurs couches d'importance variable : leurs limites ont été fixées selon les discontinuités dans les variations de la température, en fonction de l'altitude. De bas en haut :

- la troposphère : la température décroît avec l'altitude (de la surface du globe à 8-15 km d'altitude) ; l'épaisseur de cette couche varie entre 13 et 16 km à l'équateur, mais entre 7 et 8 km aux pôles. Elle contient 80 à 90 % de la masse totale de l'air et la quasi-totalité de la vapeur d'eau. C'est la couche où se produisent les phénomènes météorologiques (nuages, pluies, etc.) et les mouvements atmosphériques horizontaux et verticaux (convection thermique, vents) ;
- la stratosphère : la température croît avec l'altitude jusqu'à 0 °C (de 8-15 km d'altitude à 50 km d'altitude) ; elle abrite une bonne partie de la couche d'ozone ;
- la mésosphère : la température décroît avec l'altitude jusqu'à -80 °C (de 50 km d'altitude à 80 km d'altitude) ;
- la thermosphère : la température croît avec l'altitude (de 80 km d'altitude à 350-800 km d'altitude) ;
- l'exosphère : de 350-800 km d'altitude à 50 000 km d'altitude.

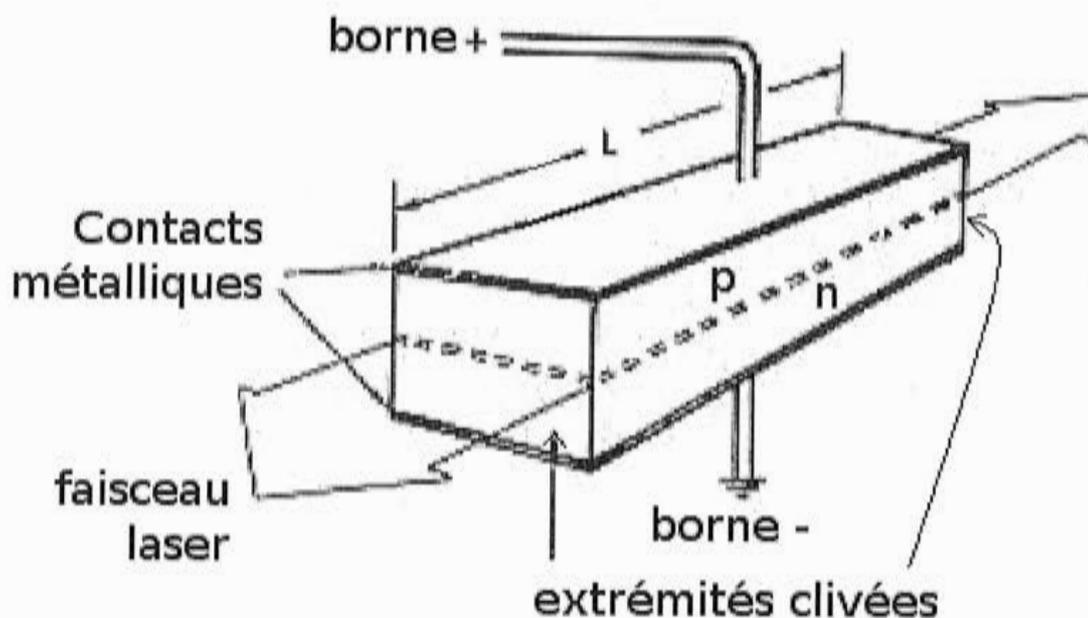
L'ionosphère, la partie ionisée par les radiations solaires de l'atmosphère, s'étire de 60 à 800 km et se compose de trois couches : la couche D (60 à 90 km), la couche E (90 à 120 km), et la couche F (120 à 800 km). Elle chevauche à la fois la thermosphère et l'exosphère.

Elle joue un rôle important dans l'électricité atmosphérique et forme le bord intérieur de la magnétosphère. Grâce à ses particules chargées, elle a une importance pratique car elle influence, par exemple, la propagation des ondes radio sur la Terre. Elle est le lieu où se déroulent les aurores boréales et les phénomènes lumineux transitoires liés aux orages.

1. Extraits de la page wikipédia sur l'atmosphère terrestre.

5. Principe des diodes lasers²

Le schéma d'une diode dont la largeur est d'un demi-millimètre environ est représenté ci-dessous. La jonction p-n possède des faces clivées de façon à former des surfaces réfléchissantes créant ainsi une cavité diélectrique pour les radiations émises. Les contacts électriques sur les autres faces constituent les électrodes.



Lorsqu'une polarisation directe est établie (une tension positive du côté p et une tension négative du côté n), un courant d'électrons apparaît dans le sens n vers p. Les électrons attirés par l'électrode positive pénètrent dans la région de la jonction où ils se recombinent avec les trous attirés par l'électrode négative : cet échange d'énergie s'effectue sous la forme d'une émission électromagnétique. Il faut des courants assez élevés pour maintenir le déséquilibre entre émission stimulée d'une part et pertes par absorption ou par couplage vers l'extérieur d'autre part.

La première caractéristique des diodes laser est de présenter une très grande divergence et une asymétrie, dues principalement aux dimensions très petites de la zone active d'émission. L'angle de divergence varie en général de 20 à 40 degrés. La divergence est plus grande dans le sens de la largeur que dans celui de la longueur de la zone active. Une optique correctrice sera donc nécessaire pour collimater ou focaliser le faisceau laser.

La production et le guidage du faisceau laser s'effectue dans un espace très réduit (couche p-n); contrairement au laser conventionnel, les dimensions du résonateur sont à peu près du même ordre de grandeur que la longueur d'onde du faisceau laser.

2. d'après LASER A SEMI-CONDUCTEUR (DIODE LASER). B. AMANA, CH. RICHTER et O. HECKMANN. Université de Cergy-Pontoise-Master 1 Physique- Diode Laser

6. La conversion décimal - binaire³

Dans les domaines de l'automatisme, de l'électronique et de l'informatique, la base 2 est utilisée. Tous les nombres s'écrivent avec deux chiffres uniquement (0 et 1). De même que le système décimal est utilisé car on a commencé à compter avec nos dix doigts, le système binaire a été choisi car les systèmes technologiques ont souvent deux états stables :

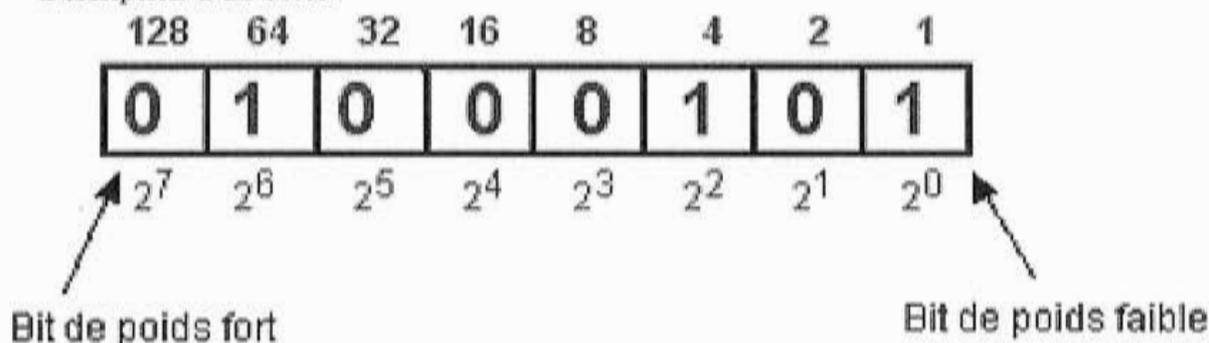
- un interrupteur est ouvert ou fermé
- une diode est allumée ou éteinte
- une tension est nulle ou pas
- une surface est réfléchissante ou pas (CD)
- un champ magnétique est orienté Nord-Sud ou Sud-Nord (disque dur)

A chaque état du système technologique, on associe un état logique binaire. Le chiffre binaire que peut prendre ces deux états est nommé "Bit" (Binary digit).

- avec un bit on peut coder deux états : 0 ou 1 ;
- avec deux bits on peut coder quatre états : 00, 01, 10 ou 11.

A chaque nouveau bit, le nombre de combinaisons possibles est doublé. Ce nombre est égal à 2 puissance N (N étant le nombre de bits). Un groupe de bits est appelé un mot, un mot de huit bits est nommé un octet (byte). Avec un octet, on peut écrire 2 puissance 8 = 256 nombres binaires de 0 à 255. Les règles sont les mêmes que pour le décimal.

Description d'un octet.



Pour convertir un nombre binaire en décimal, il suffit de faire la somme des poids de chaque bit d'état égal à 1. Le nombre décimal codé en binaire ci-dessus est égal à $64 + 4 + 1 = 69$.

3. d'après "Cours sur la numération - sciences de l'ingénieur en S"
Alain Charbonnel

I- Etude de la trajectoire d'un satellite

Dans toute cette partie, on étudie un satellite noté S , de masse $M = 700$ kg, en mouvement autour de la Terre. On supposera que la Terre est sphérique, de rayon R_T , homogène, et de masse M_T .

I-1. Caractéristiques du mouvement de quelques satellites

1) Donner, sans justification, les natures des trajectoires possibles d'un satellite en révolution autour de la Terre.

2) On suppose que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre, à une altitude h . La trajectoire est plane, et on définit l'axe z orthogonal à ce plan.

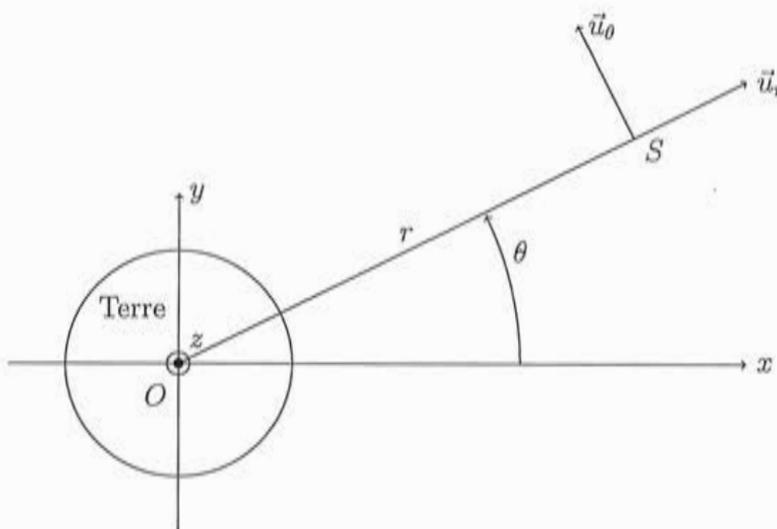


FIGURE 5 – Schéma du satellite S en révolution autour de la Terre : l'axe (Oz) est orthogonal au plan de la trajectoire, et on définit les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_{theta} comme indiqué sur le schéma.

On repère le satellite par la distance r par rapport au centre O de la Terre, et θ , l'angle entre OS et une direction fixe du plan de la trajectoire.

Écrire le vecteur accélération du satellite, considéré comme une masse ponctuelle, dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, en fonction de r , de θ et des dérivées temporelles de θ .

- 3) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au satellite :
 - 3.a) Montrer que la vitesse angulaire du satellite est constante.
 - 3.b) Déterminer l'expression de la norme v de la vitesse du satellite.
- 4) En assimilant le poids à l'attraction gravitationnelle de la Terre :
 - 4.a) Exprimer la période T du satellite en fonction de g , intensité de la pesanteur à la surface de la Terre, R_T et h .
 - 4.b) Déterminer la valeur numérique de l'altitude d'un satellite géostationnaire. On

donnera les caractéristiques d'un tel satellite et on discutera de la partie de l'atmosphère dans laquelle il se trouve.

4.c) Calculer la période de révolution du premier satellite du système de positionnement européen Galileo, Giove-A, qui se situe sur une orbite circulaire, à une altitude de 23 222 km. Ce satellite est-il géostationnaire ? Commenter.

5) Le 22 août 2014, un lanceur russe Soyouz a décollé de son pas de tir du Centre Spatial Guyanais avec à son bord deux satellites Galileo. En raison d'un problème, les deux satellites n'ont pas été placés sur l'orbite circulaire visée. Ils se trouvent aujourd'hui sur une orbite elliptique de 25 900 km d'apogée et 13 700 km de périégée. Ces satellites ont-ils la même période de révolution que celle de Giove-A ?

I-2. Mesure du champ de pesanteur

La période de révolution d'un satellite étant reliée à l'intensité de la pesanteur au sol, notée g , on s'intéresse dans cette sous-partie à la détermination expérimentale de cette grandeur.

6) Pour mesurer expérimentalement la valeur de l'intensité de la pesanteur, on dispose d'un pendule, représenté sur la figure (6).

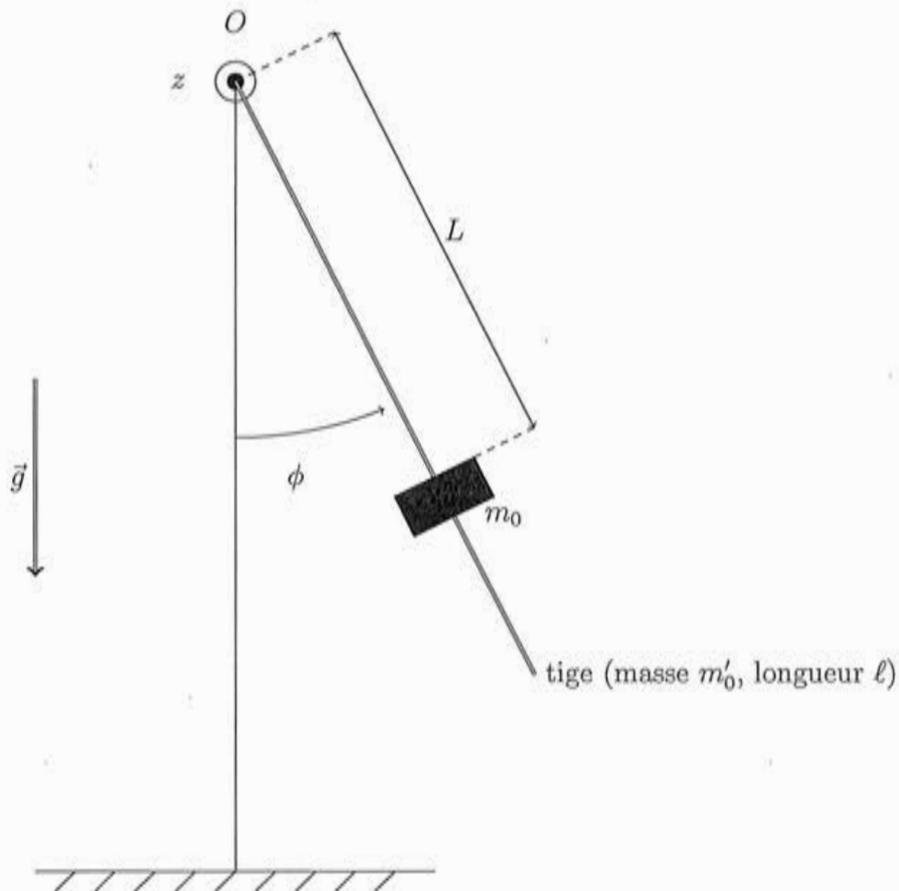


FIGURE 6 – Schéma de l'expérience permettant une mesure de l'intensité de la pesanteur g à la surface de la Terre.

Une tige homogène de masse $m'_0 = (75 \pm 1)$ g et de longueur $l = (50,0 \pm 0,1)$ cm est accrochée par son extrémité supérieure à un axe (Oz) et peut pivoter sans frottement autour de cet axe. Une masse $m_0 = (1,00 \pm 0,01) \times 10^3$ g est fixée à une distance L de l'axe de rotation. On lâche le pendule sans vitesse initiale, lorsqu'il fait un angle $\phi_0 = 15^\circ$ avec la verticale, puis on mesure, à l'aide d'un chronomètre, cinq périodes d'oscillations. On note T la période des oscillations.

On répète l'expérience précédente pour différentes valeurs de L . Les résultats expérimentaux sont rassemblés dans le tableau ci-dessous. ΔL est l'incertitude sur la mesure de L , et $\Delta(5T)$ est celle sur la mesure des cinq périodes d'oscillations.

L (en cm)	ΔL (en cm)	$5T$ (en s)	$\Delta(5T)$ (en s)
5	1	3,5	0,1
10	1	3,7	0,1
15	1	4,1	0,1
20	1	4,6	0,1
25	1	5,0	0,1
30	1	5,5	0,1
40	1	6,4	0,1
50	1	7,0	0,1

6.a) Proposer une expression de la période T du pendule en fonction des paramètres du système. On introduira les hypothèses simplificatrices nécessaires, et on vérifiera que l'expérience les justifie.

6.b) Proposer une méthode pour vérifier graphiquement que la loi que vous avez proposée est en accord avec les résultats expérimentaux. Mettre en œuvre cette méthode et conclure. Si les résultats expérimentaux s'éloignent de ce que prévoit la théorie, proposez une ou plusieurs explications possibles.

6.c) Dédurre des résultats expérimentaux une valeur de l'intensité de pesanteur g assortie de son incertitude. Expliquer soigneusement la démarche suivie.

7) Citer d'autres méthodes de mesures de l'intensité de pesanteur g .

II- Propagation d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère

Les satellites de Galileo communiquent avec les infrastructures terrestres grâce à des ondes électromagnétiques. Pour pouvoir positionner très précisément un point à la surface de la Terre, le satellite dispose d'une horloge atomique à hydrogène de très haute précision (dérive maximale de 0,45 ns en 12 heures). Mais cette précision temporelle à l'émission du signal par le satellite n'est pas suffisante : en effet, il faut absolument connaître le parcours de l'onde entre le satellite et l'utilisateur de Galileo, notamment caractériser la vitesse et donc le temps de propagation à la traversée des différentes couches de l'atmosphère terrestre.

Dans cette partie, on va étudier la propagation d'une onde électromagnétique, d'abord dans le vide et ensuite dans l'ionosphère.

II-1. Propagation dans le vide

8) Quelle(s) partie(s) de l'atmosphère pourrait-on en première approximation assimiler au vide du point de vue électromagnétique ?

9) Rappeler les équations de Maxwell dans un milieu de densité volumique de charge ρ , de densité volumique de courant \vec{j} , de permittivité diélectrique ϵ_0 et de perméabilité magnétique μ_0 . Rappeler le nom de chacune d'entre elles et donner, le plus précisément possible, la date à laquelle Maxwell les a publiées.

10) Montrer que, dans le vide, les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} vérifient la même équation de propagation dont on précisera l'expression de la célérité c . Donner une valeur approchée de c .

11) Pour le champ électrique dans le vide, on cherche une solution sous forme d'onde plane progressive sinusoïdale polarisée rectilignement suivant \vec{u}_x , se propageant suivant \vec{u}_z , d'amplitude E_0 , de pulsation ω et de vecteur d'onde de norme k . Écrire l'expression mathématique d'une telle onde. A quelle(s) condition(s) sur ω et k cette onde est-elle solution de l'équation de propagation précédemment trouvée ?

II-2. Propagation dans l'ionosphère

L'ionosphère peut être correctement modélisée par un plasma c'est-à-dire d'un gaz dilué de particules ionisées. En effet, à de telles altitudes, le rayonnement du soleil est suffisamment intense pour provoquer l'ionisation des entités chimiques, et la densité de celles-ci (molécules, atomes...) est suffisamment faible pour que des électrons libres puissent exister.

12) On décrit donc l'ionosphère par un plasma comportant une densité volumique $n = 1,00 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ d'électrons libres de se déplacer et une densité volumique n d'ions positifs : on suppose que chaque atome et molécule (ou entité) a libéré un électron en s'ionisant. On note \vec{v}_i (respectivement \vec{v}_e) le vecteur vitesse moyen d'un ion (respectivement d'un électron). Soient m_i et m_e les masses d'un ion et d'un électron. On note \vec{E} le champ électrique (qui peut dépendre du temps) qui règne dans le plasma. On fait l'hypothèse que le plasma est suffisamment dilué pour pouvoir négliger toute interaction entre les particules, chargées ou non. On néglige la partie magnétique de la force de Lorentz s'exerçant sur une charge.

12.a) Exprimer la densité de courant \vec{j} en fonction des données introduites.

12.b) Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un ion et à un électron et en déduire que la relation constitutive du plasma s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = n e^2 \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_e} \right) \vec{E}$$

12.c) Que peut-on dire du rapport m_i/m_e ? Quelle conséquence cela a sur la relation constitutive? Interpréter le résultat obtenu.

13) On admet que la densité volumique de charge ρ est nulle dans le plasma.

13.a) Écrire les équations de Maxwell dans le plasma et établir l'équation de propagation vérifiée par \vec{E} . On fera apparaître la pulsation $\omega_c = \sqrt{ne^2/(m\epsilon_0)}$ appelée pulsation plasma.

13.b) On cherche une solution sous forme d'onde plane progressive sinusoidale polarisée rectilignement suivant \vec{u}_x , se propageant suivant \vec{u}_z , d'amplitude E_0 , de pulsation ω et de vecteur d'onde k . Montrer que l'on a nécessairement :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c^2}$$

14) Examinons d'abord le cas où $\omega > \omega_c$. L'onde s'écrit : $\vec{E} = E_0 e^{j(kz - \omega t)} \vec{u}_x$.

14.a) Exprimer la composante réelle de \vec{E} sur \vec{u}_x .

14.b) Tracer $E_x(z, t)$ en fonction de z à un instant t donné, et à un instant $t + dt$ ultérieur. On précisera comment la courbe a évolué entre les deux instants.

15) Supposons maintenant que $\omega < \omega_c$.

15.a) En déduire que $k = \pm j k''$ où k'' est un nombre réel positif ou nul.

15.b) L'onde se propage dans le sens des z croissants et le plasma est supposé infini dans la direction $z > 0$. Le champ électrique ne peut pas diverger. En déduire le seul signe qui convient pour k'' et exprimer le champ électrique en notation réelle.

15.c) Tracer $E_x(z, t)$ en fonction de z à un instant t donné et à un instant $t + dt$ ultérieur. Peut-on dire qu'une telle onde, appelée onde évanescence, se propage? Justifier la réponse.

16) Le système de radionavigation par satellite de Galileo permettra de fournir plusieurs services, notamment un "service ouvert" qui sera gratuit et utilisable par tous. Pour ce service, deux bandes de fréquences seront utilisées : une première comprise entre 1164 et 1214 MHz, et une seconde entre 1563 et 1591 MHz. Évaluer numériquement la pulsation plasma pour l'ionosphère, ainsi que la fréquence plasma associée et commenter les valeurs de fréquences choisies pour la communication satellite/sol du système Galileo.

III- Modulation d'un signal

Les ondes électromagnétiques sont le support permettant la communication entre un satellite et une station terrestre, qui reçoit et interprète le signal émis par le satellite. Mais, pour transporter une information, la structure de l'onde doit être plus complexe qu'une simple onde plane progressive sinusoïdale : les ondes doivent être modulées. Cette partie a pour but d'illustrer le principe de la modulation d'amplitude en supposant que l'information "à transporter" est un signal audible (une voix, une chanson, un son...) et en considérant une "porteuse" d'une fréquence de l'ordre du mégahertz dont l'amplitude portera l'information nécessaire.

Dans un premier temps, on étudie la modulation, c'est-à-dire la fabrication du signal électrique modulé. Cette étape doit être réalisée avant que le signal soit envoyé sur une antenne émettrice. Puis, dans un second temps, on s'intéresse à la démodulation, qui a lieu après réception du signal : à partir du signal électrique reçu, il faut extraire l'information transportée.

Les schémas de principe des montages électroniques utilisés dans cette partie sont présentés en début de sujet.

III-1. Modulation d'amplitude

On s'intéresse ici à la modulation du signal électrique qui sera envoyé sur l'antenne émettrice. Le signal de fréquence élevée, la porteuse, est une tension qui s'écrit :

$$U_p = U_0 \cos(\omega_p t)$$

L'information à transmettre est une tension dont la fréquence est audible, que l'on considère pour l'instant sinusoïdale :

$$U_m = U_1 \cos(\omega_m t)$$

avec U_1 et U_0 deux constantes positives. On injecte ces signaux sur le circuit de la figure (7).

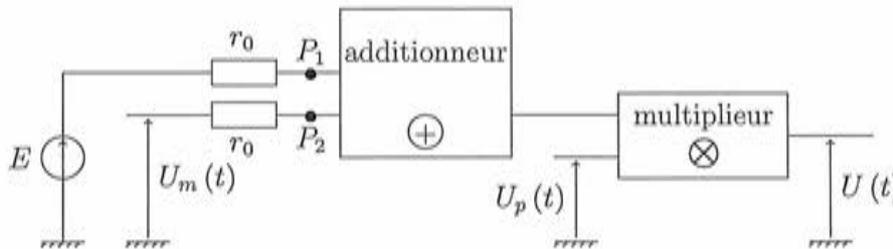


FIGURE 7 – Montage électrique permettant de réaliser un signal modulé en amplitude. La tension U_p est appelée porteuse et la tension U_m est la tension modulante.

Le circuit précédent comporte un additionneur, caractérisé par la constante r_0 , et un multiplieur, caractérisé par la constante β . La tension E est une tension continue positive. On admet que les potentiels aux points P_1 et P_2 sont nuls : $V_{P_1} = V_{P_2} = 0$.

- 17) Pourquoi faut-il moduler un signal audible ?
- 18) Que peut-on donc dire du rapport ω_p/ω_m ?
- 19) Déterminer l'expression du signal $U(t)$ en sortie du dispositif de modulation.
- 20) Tracer l'allure du graphique $U(t)$, dans le cas où $U_1 < E$. On fera figurer les différentes échelles caractéristiques temporelles et les échelles de tensions.
- 21) Montrer que le signal $U(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$U(t) = \beta E U_0 \left(\cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p + \omega_m) t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p - \omega_m) t) \right)$$

où la grandeur m est à exprimer.

- 22) Tracer l'allure du spectre de $U(t)$.

III-2. Démodulation d'amplitude

La tension $U(t)$ est envoyée sur une antenne émettrice, qui transmet un signal à une antenne réceptrice. On souhaite, à partir du signal détecté, extraire le signal intéressant, à savoir la tension $U_m(t)$. Pour cela, on suppose que le signal délivré par l'antenne réceptrice est exactement $U(t)$. On envoie cette tension sur le montage de la figure (8), appelé détecteur de crête.

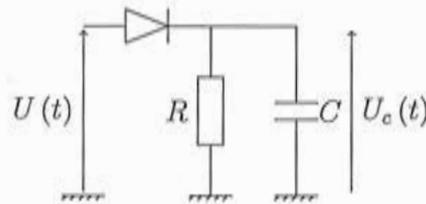


FIGURE 8 – Montage détecteur de crête, constitué d'une diode idéale, puis d'une résistance et d'un condensateur en parallèle.

Ce montage comporte une diode que l'on suppose idéale : lorsqu'elle est passante, la tension à ses bornes est nulle, et lorsqu'elle est bloquée, le courant qui circule dans la diode est nul. Sa caractéristique est représentée sur la figure (9).



FIGURE 9 – Schéma et caractéristique d'une diode supposée idéale : le graphique représente le courant i_D traversant la diode en fonction de la tension u_D à ses bornes.

- 23) A quelle condition sur $U(t)$ et $U_c(t)$ la diode est-elle passante ? bloquée ?

24) Supposons qu'à $t = 0$, la diode se bloque, la tension U_c vaut alors $U_c(0)$.

24.a) Établir l'équation différentielle vérifiée par $U_c(t)$ pour $t > 0$.

24.b) La résoudre et tracer la courbe $U_c(t)$.

25) Sur le graphique de la figure (10), sont tracées les allures des courbes $U(t)$ et $U_c(t)$. Reproduire sur la copie ces allures en identifiant les deux courbes. Indiquer quand la diode est passante et quand elle est bloquée.

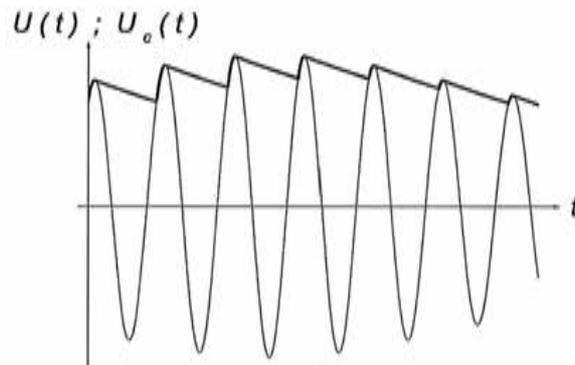


FIGURE 10 – Allure des signaux à l'entrée et à la sortie du détecteur de crête.

26) Quelle doit être la condition sur ω_p , R et C pour que la tension de sortie $U_c(t)$ reproduise au mieux la "crête" de la tension $U(t)$? Proposer des valeurs raisonnables pour R et C satisfaisant cette condition.

27) En sortie du détecteur de crête, on obtient donc un signal de la forme suivante :

$$U_c(t) = E + U_m(t) = E + U_1 \cos(\omega_m t)$$

Proposer un montage pour obtenir le signal $U_m(t) = U_1 \cos(\omega_m t)$ à partir de la tension $U_c(t)$. Préciser les valeurs numériques des composants utilisés.

28) Le montage détecteur de crête de la figure (8) a été réalisé afin de démoduler un signal de la forme de $U(t)$. Pour cette expérience, la valeur de la fréquence de la porteuse a été choisie à 5 kHz, alors que la fréquence de la tension $U_m(t)$ a été fixée à une valeur de 500 Hz. La figure (11) montre des enregistrements des tensions $U(t)$ et $U_c(t)$ pour différentes valeurs de R et C .

28.a) Commenter les signaux obtenus dans le cas où $R = 51 \text{ k}\Omega$ et $C = 20 \text{ nF}$. La courbe $U_c(t)$ est-elle en accord avec l'allure théorique attendue de ces deux courbes, présentée figure (10)? Expliquer les éventuelles différences.

28.b) Les autres valeurs de R et C ont-elles été bien choisies? On justifiera la réponse avec des ordres de grandeurs quantitatifs.

28.c) Sur toutes les figures, on constate que pour ces trois valeurs différentes de C , après démodulation, on n'a jamais retrouvé exactement l'allure du signal $U_m(t)$ en sortie. Proposer une solution pour améliorer le résultat.

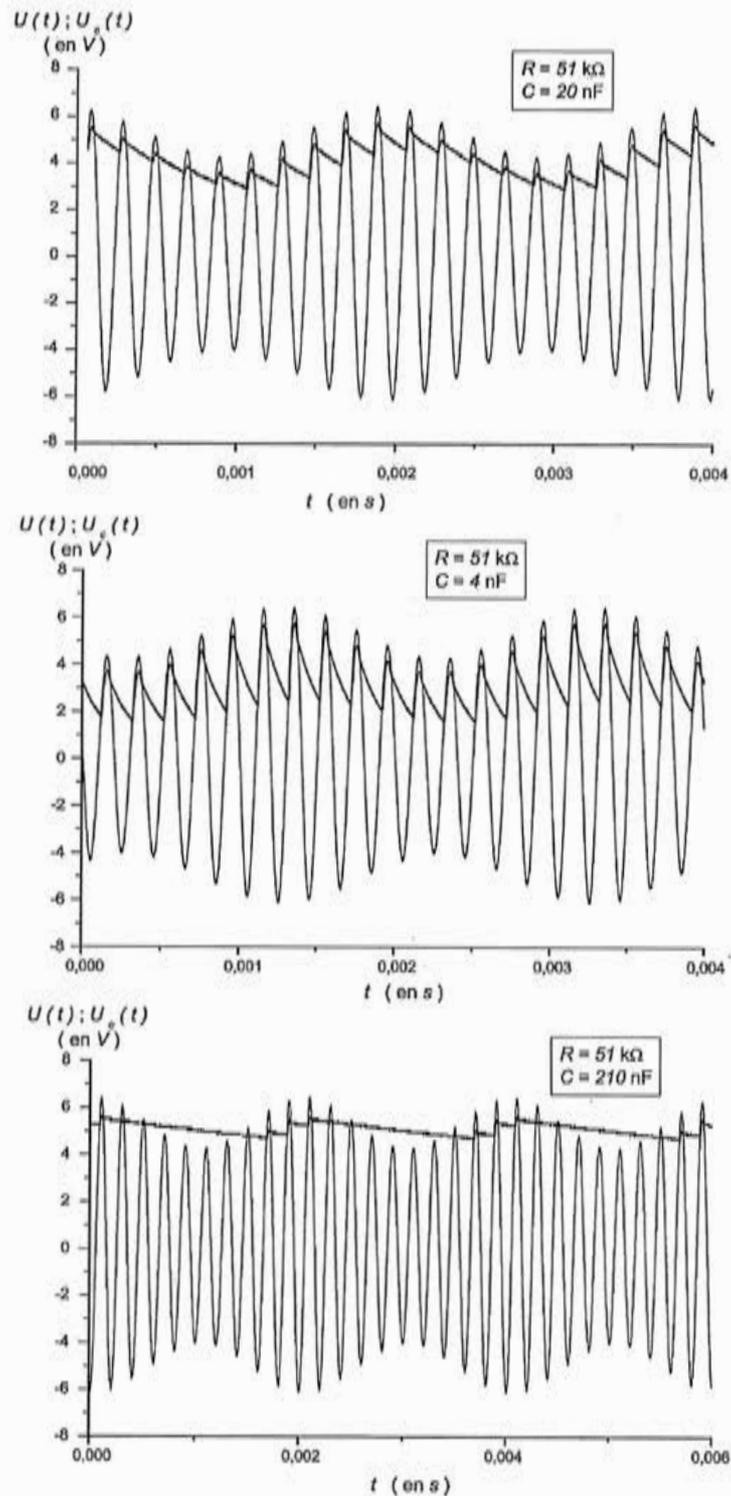


FIGURE 11 - Tensions $U(t)$ et $U_c(t)$ mesurées : visualisation du signal avant et après démodulation pour $R = 51 \text{ k}\Omega$ et différentes valeurs de C : 20 nF, 4 nF, et 210 nF.

IV- Numérisation d'un signal

De nos jours, de nombreux signaux de télécommunications sont transportés sous forme numérique (la télévision depuis 2011, la radio numérique est actuellement en développement...). Cette partie est consacrée à l'étude de la transformation d'un signal numérique en signal analogique et réciproquement. Le signal physique est une tension, comprise entre 0 et 5 V. On suppose que le signal numérique correspondant est codé sur un octet, c'est-à-dire sur 8 bits, chaque bit pouvant prendre la valeur 0 ou 1. Réciproquement, lors du passage du signal numérique à un signal analogique, on souhaite que ce dernier soit également compris entre 0 et 5 V.

IV-1. Convertisseur numérique analogique

29) L'octet correspondant à la tension 0 V est 00000000, et l'octet correspondant à la tension 5 V est 11111111. En déduire l'octet correspondant à la tension 3,549 V en s'appuyant, si nécessaire, sur le document relatif à la numérisation fourni en introduction.

Sur la figure (12), le schéma d'un convertisseur numérique-analogique est présenté.

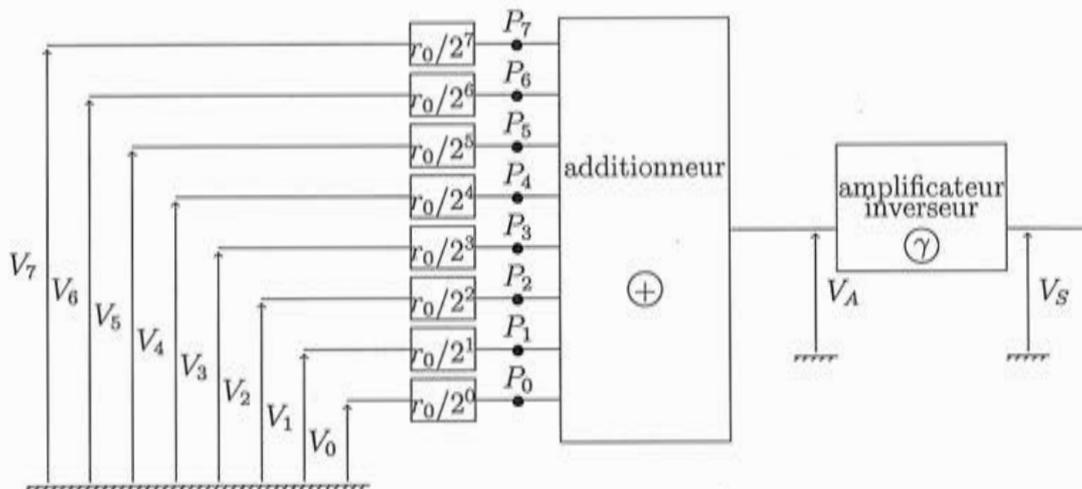


FIGURE 12 – Schéma d'un convertisseur numérique-analogique (CNA). Il comporte un additionneur et un amplificateur inverseur, caractérisés respectivement par les constantes r_0 et γ .

30) On appelle V_i avec $i = 0..7$ les huit tensions d'entrée du montage, qui correspondent aux 8 bits de la valeur numérique de la tension à rendre analogique. $V_i = 0$ si le bit numéro i vaut 0 et $V_i = u_0 = 40$ mV si le bit numéro i vaut 1. On admet que les potentiels aux points P_i sont nuls : $V_{P_1} = \dots = V_{P_i} = \dots = V_{P_7} = 0$.

30.a) Dans quel intervalle est comprise la tension intermédiaire V_A ?

30.b) Écrire l'expression de la tension de sortie V_S en fonction des tensions d'entrée V_i .

30.c) Quelle doit être la valeur de γ pour que V_S soit comprise entre 0 V et 5 V ?

30.d) En déduire la plus petite valeur de tension non nulle que l'on peut mesurer.

31) Soit l'octet suivant : 01001101, dont le bit numéro 0 est le chiffre de droite 0 et le chiffre complètement à gauche, 0, est le bit numéro 7. Quelles sont les valeurs numériques des tensions d'entrée $V_0, V_1, V_2, \dots, V_7$ pour cet octet ?

32) La conversion numérique-analogique est-elle instantanée ? Quels sont les éléments du montage qui limitent la fréquence de conversion ?

IV-2. Convertisseur analogique numérique

Pour transformer un signal analogique en signal numérique, on utilise un convertisseur analogique-numérique (CAN). On note V la tension analogique à convertir en écriture numérique.

La figure (13) propose un exemple de CAN. Le compteur est un élément qui compte en binaire : il part de 00000000, puis augmente régulièrement 00000001, 00000010, 00000011, etc... La durée entre l'affichage de deux octets successifs est notée t_0 . Ensuite, un convertisseur numérique-analogique transforme ces nombres binaires en tension V_B comprise entre 0 et 5 V.

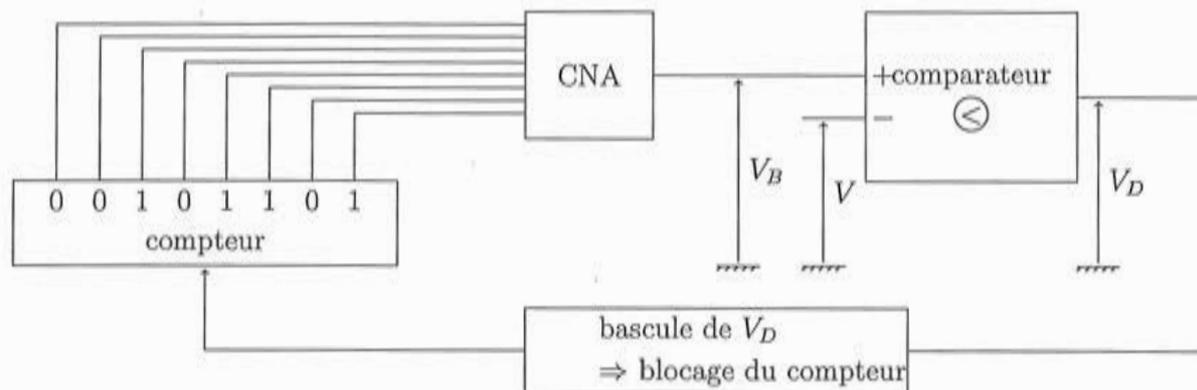


FIGURE 13 - Schéma d'un convertisseur analogique-numérique : la tension analogique à numériser est V . Un compteur permet de compter en binaire, et grâce à un convertisseur numérique-analogique, de créer une tension V_B analogique qui augmente tous les t_0 . Les tensions V_B et V sont comparées et le compteur s'arrête lorsque la tension V_D change de signe.

33) Lorsque la tension de sortie V_D change de signe, le compteur se bloque, et on peut y lire la tension numérisée en nombre binaire.

33.a) Combien de temps faut-il pour que V_B passe de 0 à 5 V ?

33.b) Dessiner l'allure de $V_B(t)$ en faisant apparaître une échelle caractéristique sur chaque axe.

34) Quelles sont les valeurs accessibles à V_D ?

35) On souhaite numériser la tension $V = 1,781$ V.

35.a) Expliquer succinctement le fonctionnement du montage, et donner la valeur obtenue au compteur une fois qu'il est bloqué.

35.b) Quel est le temps nécessaire pour numériser cette tension avec ce montage ?

V- Signal optique : émission par une diode laser

La transmission des signaux sur Terre se fait de plus en plus souvent aujourd'hui grâce à des fibres optiques, sous forme lumineuse.

V-1. Principe de fonctionnement de la diode laser

Le signal lumineux envoyé dans les fibres optiques est la plupart du temps généré par des diodes lasers.

36) Que signifie l'acronyme LASER ?

37) Quels sont les trois mécanismes d'interaction entre un photon et l'atome ? Quel est le mécanisme à l'origine de l'effet LASER ? Citer une utilisation de chacun des deux autres mécanismes.

38) En se servant du document sur la diode laser présent dans l'introduction, répondre aux questions suivantes et associer à chaque question un ou plusieurs éléments du schéma de la diode laser ainsi que l'un des termes suivants : cavité, pompage, milieu amplificateur.

38.a) Quelle est la zone dans laquelle a lieu l'effet LASER ?

38.b) Comment s'effectue l'apport d'énergie au laser ?

38.c) Comment s'effectue la rétroaction qui génère l'amplification du signal optique ?

39) Comme tous les lasers, la diode laser est une source dite "cohérente".

39.a) Comment se caractérise la cohérence temporelle de la diode laser ?

39.b) Le faisceau lumineux délivré par la diode laser est-il parallèle ? Peut-on le rendre parallèle ? Qu'est-ce qui caractérise la cohérence spatiale de la diode laser ?

V-2. Caractérisation du spectre de la diode laser

Un interféromètre de Michelson utilisé en configuration lame d'air permet de caractériser le spectre d'émission d'une diode laser. Les deux miroirs de l'interféromètre sont parfaitement orthogonaux entre eux, mais ne sont pas à la même distance de la séparatrice. Le dispositif est éclairé avec la diode laser étudiée, suivie d'une lentille de très courte focale permettant de rendre le faisceau très divergent. On supposera que les lames séparatrice et compensatrice n'introduisent aucun déphasage.

V-2.1. Détermination de la longueur d'onde centrale de la diode laser

Dans un premier temps, la différence de distance entre chaque miroir et la séparatrice reste constante : on note d l'épaisseur de la lame d'air équivalente.

40) On modélise l'ensemble de la diode laser et de la lentille de courte focale par une source ponctuelle S_0 monochromatique de longueur d'onde λ_0 . Faire un schéma simplifié de l'interféromètre dans la configuration lame d'air.

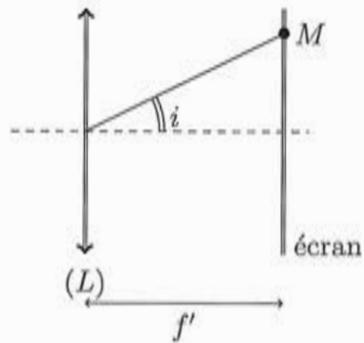


FIGURE 14 – Schéma de la projection des interférences sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente.

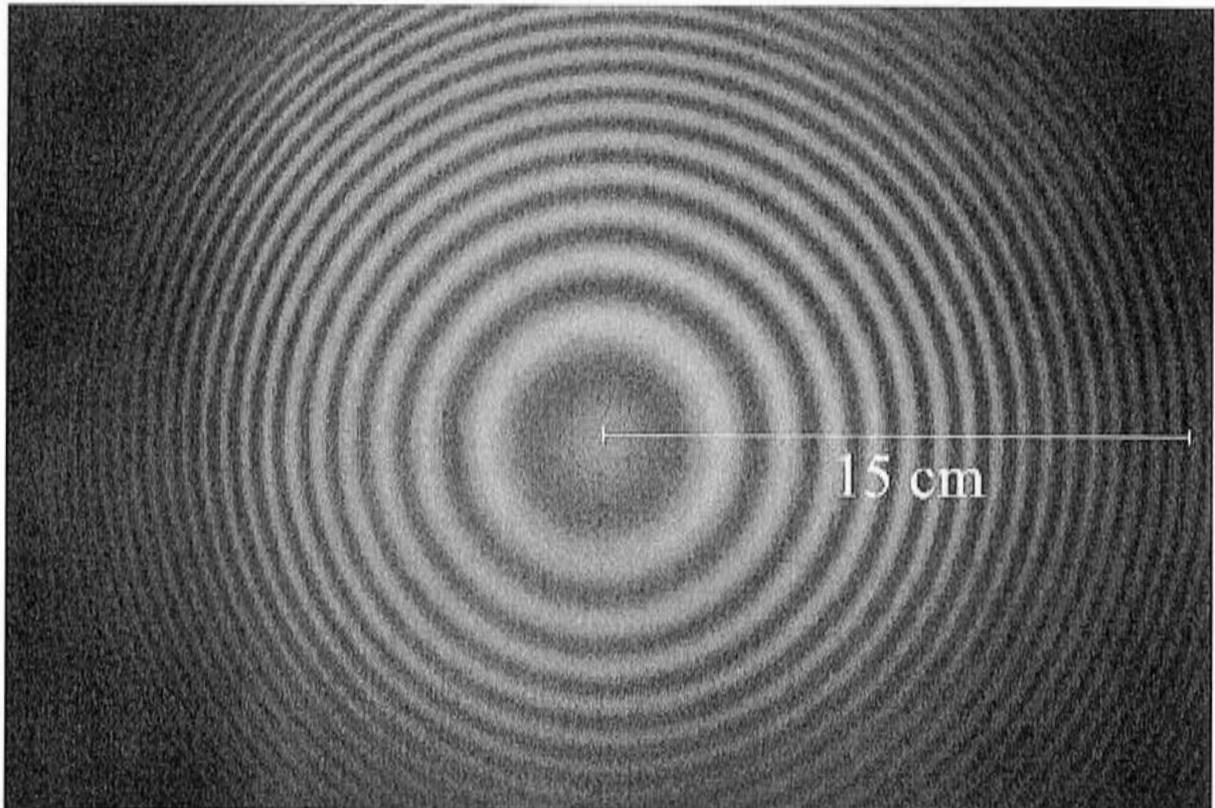


FIGURE 15 – Photographie de l'écran : observation des anneaux dans le plan focal image d'une lentille convergente.

41) Comme schématisé sur la figure (14), on observe les interférences à l'infini, dans le plan focal image d'une lentille convergente (L), de focale $f' = 1,00$ m.

41.a) Montrer qu'en un point M de l'écran, repéré par l'angle i , la différence de marche entre les deux rayons issus de l'interféromètre vaut $\delta(M) = 2d \cos i$.

41.b) Écrire l'expression littérale de l'éclairement (ou intensité lumineuse) en fonction de l'angle i .

41.c) Justifier la forme des franges observées sur l'écran.

42) L'épaisseur de la lame d'air vaut $d = 1,75$ mm. On observe alors au centre de l'écran un point lumineux.

42.a) En déduire que nécessairement, il existe un nombre entier p_0 , appelé ordre au centre, tel que $2d = p_0 \lambda_0$.

42.b) Déterminer l'ordre d'interférence du plus petit anneau brillant.

43) On suppose que la zone observée sur l'écran est de suffisamment petite taille pour qu'en chaque point de l'écran, on ait $i \ll \pi/2$.

43.a) Déterminer alors le rayon ρ_p de l'anneau d'ordre p , en fonction de f' , d , λ_0 et p .

43.b) Montrer que le rayon R_m du m -ième anneau brillant vaut :

$$R_m = f' \sqrt{\frac{m \lambda_0}{d}}$$

44) La figure observée est représentée figure (15).

44.a) Relever dans un tableau le rayon des dix premiers anneaux brillants. On prendra soin de réfléchir au nombre de chiffres significatifs pertinents.

44.b) En déduire une valeur numérique de la longueur d'onde de la diode laser. On détaillera très précisément la méthode employée, notamment on précisera les courbes à tracer, les ajustements à faire, comment on déduit λ_0 des ajustements, etc.

44.c) À quelle couleur correspond la longueur d'onde précédemment trouvée ?

45) Un expérimentateur utilise la vis de chariotage pour augmenter régulièrement la valeur de d , d étant initialement positif. Comment évolue la figure observée à l'écran ?

46) On constate également que le contraste de la figure d'interférences diminue au fur et à mesure que d augmente. Proposer une explication.

V-2.2. Détermination de la largeur spectrale de la diode laser

Pour déterminer la largeur spectrale de la diode laser, on réalise un enregistrement de l'interférogramme observé avec l'interféromètre de Michelson. L'interféromètre est réglé en configuration lame d'air, et la vis de chariotage est reliée à un moteur qui permet de faire varier

l'épaisseur $d(t)$ de la lame d'air linéairement avec t , la vitesse du miroir est notée v_0 . On observe les interférences à l'infini, dans le plan focal image d'une lentille convergente, de focale $f' = 1,00$ m, et on place une photodiode au point focal image de la lentille. La photodiode délivre un courant proportionnel à l'intensité lumineuse (ou éclaircissement) qu'elle reçoit.

On modélise le spectre de la diode laser par une lorentzienne. La densité spectrale émise par la diode laser par unité de nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$ est donc :

$$\frac{dI}{d\sigma} = B_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2}$$

où σ_0 est l'inverse de la longueur d'onde centrale λ_0 du laser et $\Delta\sigma$ sa largeur spectrale exprimée en nombre d'onde.

47) Tracer l'allure de la courbe $\frac{dI}{d\sigma}$ en fonction de σ . Que peut-on dire du rapport $\Delta\sigma/\sigma_0$?

48) Deux ondes émises par une même source à deux longueurs d'onde différentes donnent-elles lieu à des interférences ?

49) Montrer que l'éclaircissement au centre de l'écran au cours du temps s'écrit sous la forme :

$$I(t) = \int_0^{+\infty} f(\sigma) d\sigma$$

On donnera l'expression de $f(\sigma)$.

50) On donne les deux intégrales suivantes, lorsque $\Delta\sigma \ll \sigma_0$:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} d\sigma = \pi \Delta\sigma$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} \cos(2\pi\sigma x) d\sigma = \pi \Delta\sigma e^{-2\pi\Delta\sigma|x|} \cos(2\pi\sigma_0 x)$$

En déduire l'expression de l'éclaircissement au centre de l'écran au cours du temps.

51) On obtient l'interférogramme présenté sur les figures (16) et (17).

On donne $v_0 = 50 \mu\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$.

51.a) Déterminer la valeur de la longueur d'onde centrale de la diode laser $\lambda_0 = 1/\sigma_0$. Cette valeur est-elle cohérente avec la valeur trouvée précédemment ?

51.b) Déterminer la valeur de $\Delta\sigma$. On expliquera soigneusement les mesures faites sur les figures.

51.c) Exprimer la largeur spectrale en longueur d'onde $\Delta\lambda$ de la diode laser en fonction de $\Delta\sigma$ et λ_0 .

52) Tracer l'allure de l'interférogramme théorique qu'on obtient avec une source classique monochromatique, comme sur la figure 16. Comparer les valeurs numériques de $\Delta\lambda$ pour la diode laser et pour la source classique.

53) Lorsqu'on réalise cette expérience avec une diode laser, on constate que le contraste de la figure d'interférence ne décroît pas régulièrement lorsqu'on s'éloigne du contact optique : des annulations de contraste apparaissent régulièrement. Proposer une explication.

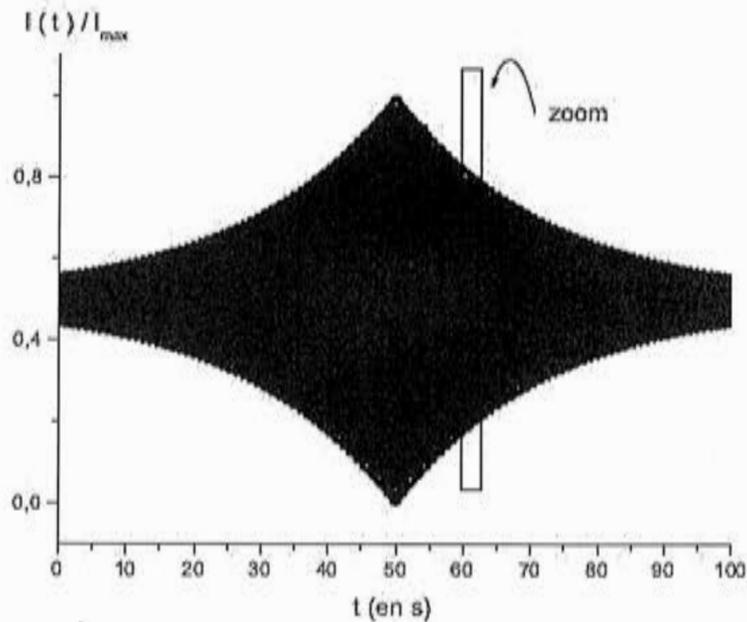


FIGURE 16 – Interférogramme théorique que l'on devrait obtenir avec une diode laser : on mesure l'intensité lumineuse $I(t)$ au centre de l'écran en fonction du temps, on repère la valeur I_{max} de l'intensité maximale et on trace le rapport $I(t)/I_{max}$ en fonction du temps. La zone rectangulaire a été zoomée sur la figure (17).

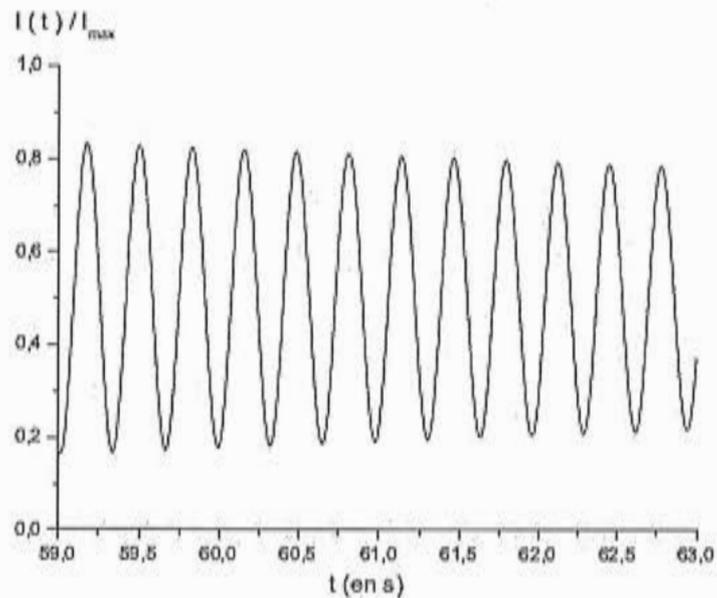


FIGURE 17 – Interférogramme théorique que l'on devrait obtenir avec une diode laser : on a tracé $I(t)/I_{max}$ en fonction du temps, sur un intervalle de temps de quelques secondes.