

C O N C O U R S A T S
-SESSION 2020-

É P R E U V E D E
S C I E N C E S P H Y S I Q U E S

CALCULATRICE INTERDITE

CODE ÉPREUVE : 957

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3H

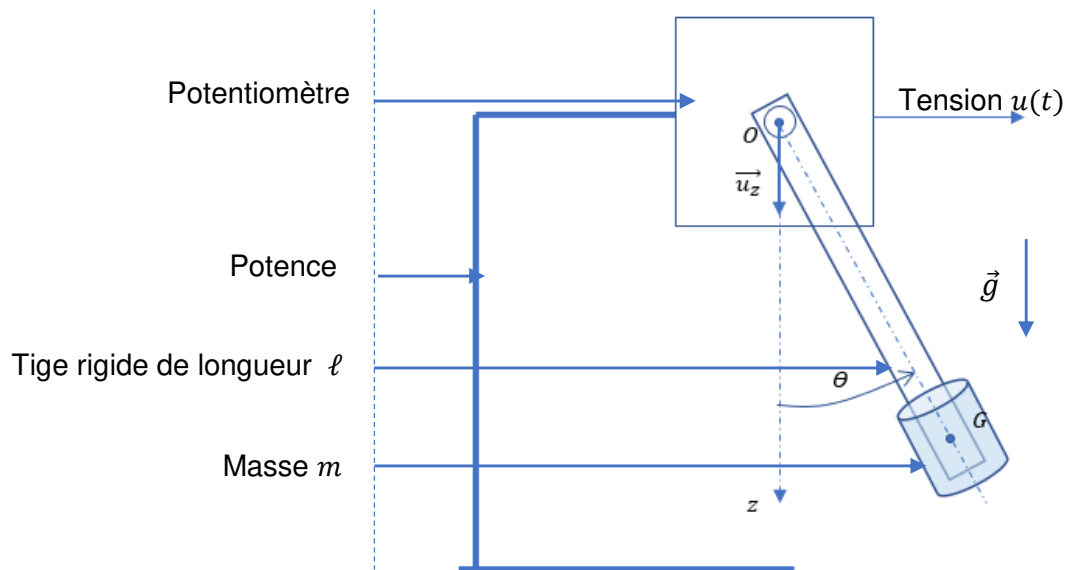
Modélisation et exploitation de quelques montages physiques

Ce sujet consiste en l'étude de quelques montages expérimentaux relativement simples à mettre en place dans un laboratoire de sciences physiques. **Chaque partie du sujet est indépendante**, les montages étudiés permettent de valider les modèles physiques en les confrontant aux résultats expérimentaux.

I- Etude des oscillations harmoniques et anharmoniques d'un pendule

a) Modélisation

On considère le dispositif dessiné ci-dessous permettant d'observer le mouvement d'un pendule pesant constitué d'une tige rigide de longueur ℓ et d'une masse m fixée à son extrémité. A l'image du balancier d'une horloge ou d'une balançoire, la masse m va osciller autour du point O . La position angulaire $\theta(t)$ de la tige est repérée par rapport à l'axe vertical descendant Oz . Un potentiomètre alimenté, fixé sur une potence et solidaire de la tige en rotation, permet d'apprécier la position angulaire $\theta(t)$ de la tige en délivrant une tension $u(t) = k\theta(t)$ avec k constante.



Dans toute la suite la suite, nous allons travailler avec les hypothèses suivantes :

- Le mouvement du pendule est étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.
- Les frottements de type fluide seront négligés.
- On néglige également les effets dissipatifs des actions de contact entre le potentiomètre et la tige.
- On note $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre tel que $\vec{g} = g\vec{u}_z$ et on néglige la poussée d'Archimède de l'air environnant.
- On néglige la masse de la tige par rapport à la masse m dont le centre de masse G est tel que $OG \approx \ell$.

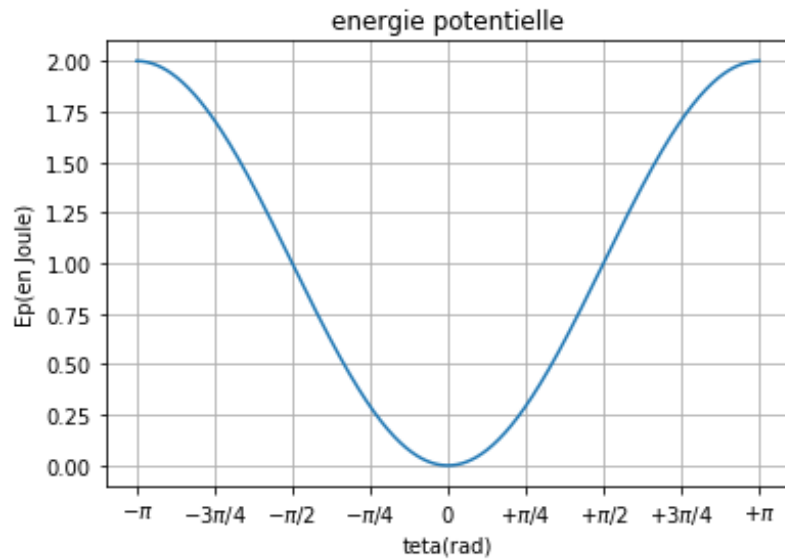
Ce système oscillant est alors modélisé par un pendule simple dont l'étude se limite à celle de la masse m animée d'une vitesse algébrique v donnée par $v = \ell \frac{d\theta}{dt} = \ell \dot{\theta}$.

- 1) Etablir l'expression de l'énergie cinétique E_c de ce pendule en fonction de m, ℓ et $\dot{\theta}$.
 - 2) Etablir l'expression de l'énergie potentielle E_p associée à ce pendule en fonction de m, g, ℓ et θ en prenant $E_p(\theta = 0^\circ) = 0$.
 - 3) Enoncer le théorème de la puissance mécanique. On nommera les termes intervenant dans ce théorème.
 - 4) Montrer alors que l'angle $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle non linéaire $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$. On donnera l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction de g et ℓ .
 - 5) Pour cette question uniquement, on se place dans l'approximation harmonique qui impose une faible amplitude angulaire des oscillations (amplitude inférieure à 30°). Dans ces conditions, on accepte le développement limité à l'ordre 1 suivant : $\sin\theta \approx \theta$.
- Etablir l'expression de $\theta(t)$ en prenant comme conditions initiales : $\theta(t = 0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 > 0$.

- Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations harmoniques.
- Représenter l'allure de $\theta(t)$ sur quelques périodes propres T_0 .

b) Partie expérimentale

On donne ci-dessous la représentation graphique de $E_p(\theta)$ du pendule étudié avec $m = 0,2 \text{ kg}$.



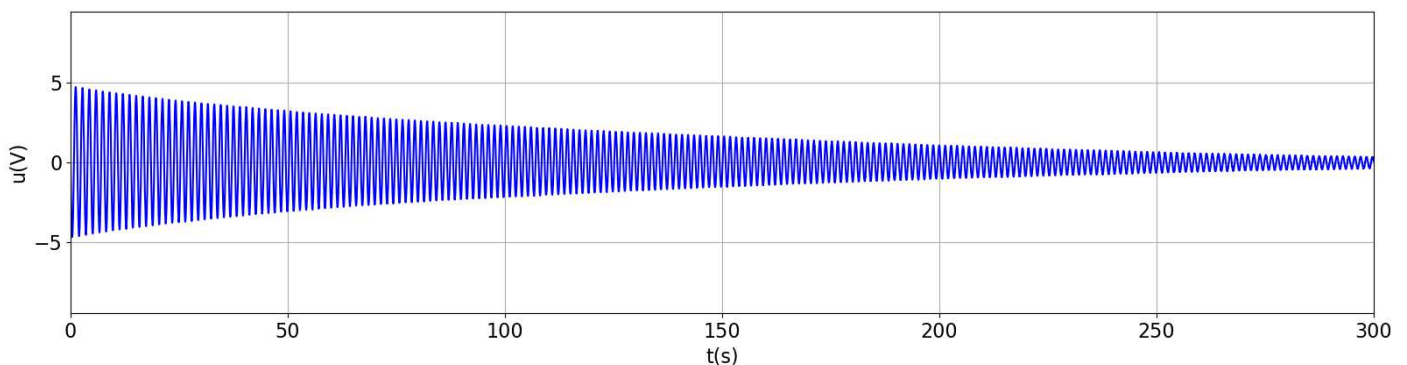
A $t = 0$, on lance la masse m avec une vitesse initiale $v(0) = v_0 = \sqrt{10} \text{ m.s}^{-1}$ à la position angulaire $\theta(t = 0) = 0^\circ$.

- 6) Quelle est la valeur de l'énergie mécanique E_m de la masse m ? Justifier.
- 7) Quelle sera la position angulaire maximale θ_0 atteinte par cette masse m ? Justifier.

Une fois lancé, le pendule oscille avec une amplitude ne respectant pas toujours l'approximation harmonique. L'équation différentielle vérifiée par l'angle $\theta(t)$ est alors non linéaire et le pendule n'oscille plus de manière isochrone : sa fréquence d'oscillation dépend de son amplitude maximale d'oscillation θ_0 . En dehors de l'approximation harmonique, on démontre que :

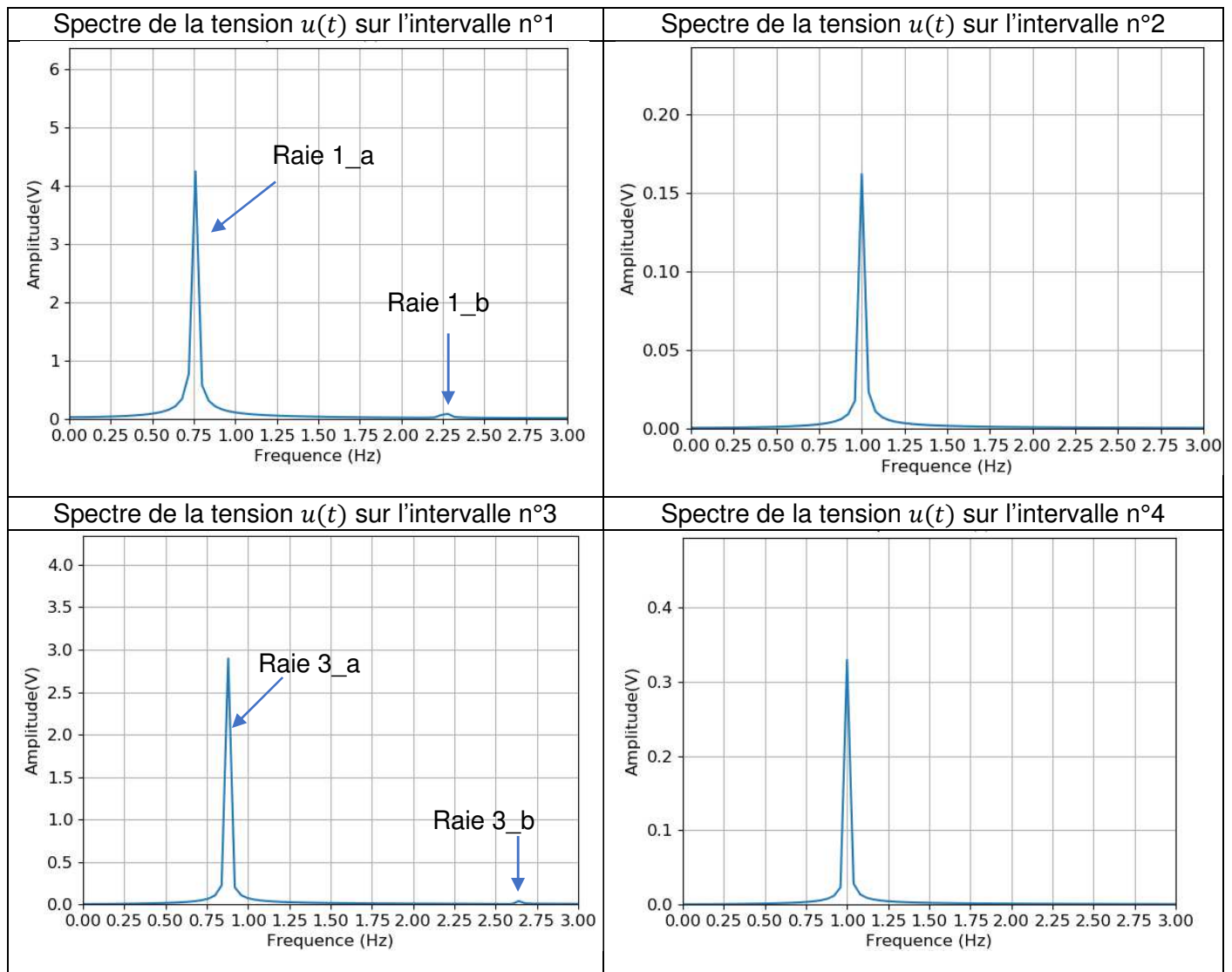
$$\theta(t) \approx \theta_0 \left(\sin(\omega'_0 t) + \frac{\theta_0^2}{192} \sin(3\omega'_0 t) \right) \text{ avec } T'_0 = \frac{2\pi}{\omega'_0} \approx T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right).$$

On donne ci-dessous le relevé expérimental de la tension $u(t)$.



- 8) Quelle doit être la fréquence f_e d'échantillonnage permettant une acquisition de 600 000 échantillons de la tension $u(t)$ pendant 300 s ?

L'étude des oscillations pendant 300 s met logiquement en évidence l'influence des frottements. Cependant, en étudiant les oscillations sur des intervalles de temps plus courts de 25 s, on peut, en première approximation, encore négliger l'effet des frottements. On donne ci-dessous les spectres obtenus pour quatre intervalles distincts de 25 s chacun, appelés intervalles n°1, n°2, n°3 et n°4 :

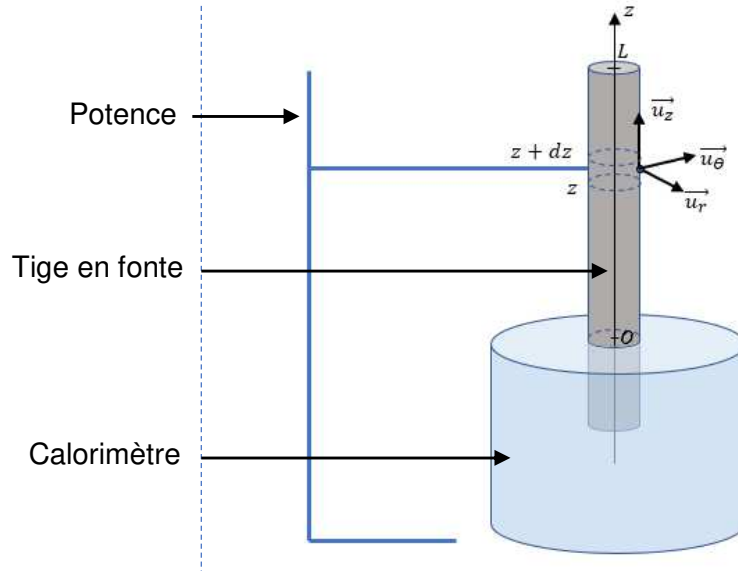


- 9) Quel instrument de mesure peut-on utiliser afin d'obtenir le spectre de la tension $u(t)$?
- 10) Sur quel(s) intervalle(s) l'isochronisme des oscillations harmoniques du pendule est-il observable ? Justifier.
- 11) Sur quel(s) intervalle(s) les effets non linéaires des oscillations du pendule sont-ils observables ? Justifier en repérant ces effets non linéaires.
- 12) Donner la valeur de la fréquence propre f_0 du pendule.
- 13) Justifier la valeur de la fréquence associée à la raie 1_b.

II- Détermination de la conductivité thermique d'un métal

a) Modélisation et étude expérimentale

On considère une tige en fonte, cylindrique, de rayon a dont une extrémité est plongée dans un bain d'eau glacée thermostatée dans un calorimètre à la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Le reste de la tige, de longueur L , est au contact de l'air extérieur supposé à une température $T_{ext} > T_0$ constante et uniforme. La pression atmosphérique sera également considérée comme constante et uniforme.



Pour cette partie théorique, on travaillera avec les hypothèses suivantes :

- On suppose le régime stationnaire atteint. On a $L = 1,0\text{ m}$, $a = 0,50\text{ cm}$ donc $L \gg a$. On pourra considérer que le champ des températures T dans la tige ne dépend que de z : on a donc $T(z)$. On a également $T(0) \approx T_0$.
- On note c la capacité thermique massique de la tige assimilée à une phase condensée indilatable et incompressible, on note ρ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique. On prendra $c = 400\text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $\rho = 5000\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

14) Énoncer la loi de Fourier, préciser l'unité SI de la densité de flux thermique.

15) En déduire l'expression du vecteur densité de flux thermique $\vec{J}_{th}$ décrivant la conduction thermique unidirectionnelle au sein de la tige étudiée.

On considère un élément de volume mésoscopique de la tige compris entre z et $z + dz$ et de volume $dV = \pi a^2 dz$.

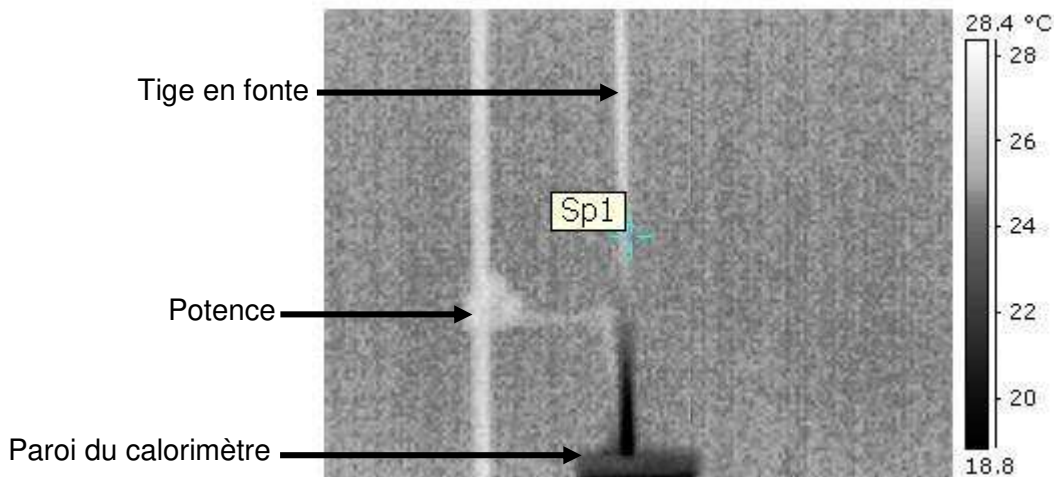
16) Effectuer un bilan enthalpique de cet élément de volume dV en supposant que la tige n'est le siège que du seul mode de transfert d'énergie par conduction thermique et montrer que $\frac{d^2 T}{dz^2} = 0$.

17) Exprimer la fonction $T(z)$ puis la représenter en fonction de z , en faisant apparaître les grandeurs $T(0)$ et $T(L) > T(0)$ sur votre schéma.

Expérimentalement, nous devons compléter la description des transferts thermiques reçus par la tige en prenant en compte également le transfert conducto-convectif. On note h le coefficient de transfert conducto-convectif et on rappelle la loi de Newton définissant le vecteur densité de flux thermique associé $\vec{J}_{cc} = h(T(z) - T_{ext})\vec{u}_r$ où $\vec{u}_r$ est le vecteur radial associé au repérage cylindrique dessiné ci-dessus.

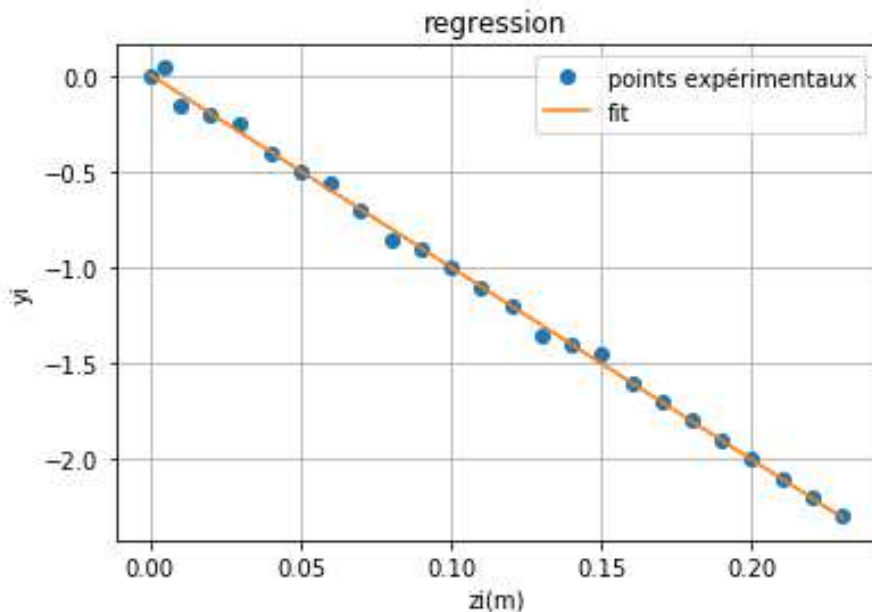
18) Effectuer un nouveau bilan enthalpique et démontrer que $\frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_{ext}}{\delta^2}$ où $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$ représente une distance caractéristique de variation de la température T le long de la tige.

On obtient la photographie ci-dessous à l'aide d'une caméra thermique :



19) Justifier que $T(L) = T_{ext}$ et que $\delta < L$.

Dans ces conditions, on montre alors que $T(z)$ a pour expression : $T(z) \approx T_{ext} + (T_0 - T_{ext})e^{-\frac{z}{\delta}}$. A l'aide d'un thermocouple mis en contact avec la tige métallique, il est possible d'obtenir différentes valeurs expérimentales T_i de la température en différents points de la tige de cotes verticales z_i . On peut alors construire un graphique dans lequel on place en ordonnée les quantités $y_i = \ln\left(\frac{T_i - T_{ext}}{T_0 - T_{ext}}\right)$ et en abscisse les valeurs de z_i associées (en mètre).



20) Estimer, en utilisant le graphe précédent, la valeur expérimentale de δ .

b) Traitement informatique

L'expérience précédente permet d'obtenir la valeur du rapport $\frac{\lambda}{h}$ ici estimée à $\frac{\lambda}{h} \approx 4 \text{ SI}$. Dans une seconde expérience, on place intégralement la tige dans un bain d'eau glacée de manière à ce que cette dernière atteigne la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$. A $t = 0$, on fixe la tige refroidie à une potence afin qu'elle se réchauffe au contact de l'air ambiant à la température $T_{ext} = 30^\circ\text{C}$. Avec ce mode opératoire, on montre que la conduction thermique au sein de la tige est négligeable et que seul le transfert conducto-convectif est à prendre en compte. Le champ des températures T de la tige est quasi-uniforme et n'est fonction que du temps lors de ce chauffage monobare. Un bilan enthalpique aboutit alors à l'équation : $\frac{dT(t)}{dt} + kT(t) = kT_{ext}$ où $k = \frac{2h}{\rho c a}$.

La température T exprimée en $^{\circ}\text{C}$ suit alors l'expression : $T(t) = 30 \times (1 - e^{-kt})$.

En plaçant un capteur de température au centre de la tige, on obtient N valeurs $T_{i,exp}$ de températures aux instants $t_{i,exp}$. Un traitement informatique permet alors d'obtenir deux tableaux accessibles sur un programme Scilab :

- `tab_temps` qui recense les instants $t_{i,exp}$ des mesures.
- `tab_T` qui contient les valeurs $T_{i,exp}$ des températures mesurées.

On cherche maintenant à déterminer la valeur de k telle que $T(t) = 30 \times (1 - e^{-kt})$ puisse effectivement correspondre aux points expérimentaux à l'aide de Scilab en s'inspirant de la méthode des moindres carrés.

- 21) Ecrire une fonction `Temp(t, k)` prenant en arguments d'entrée un tableau `t` de nombre décimaux et un nombre décimal `k` et renvoyant un tableau, noté `tab_Ttheo`, contenant les valeurs vérifiant $T_{i,theo} = 30 \times (1 - e^{-kt_i})$ pour tous les éléments t_i du tableau `tab_temps`.

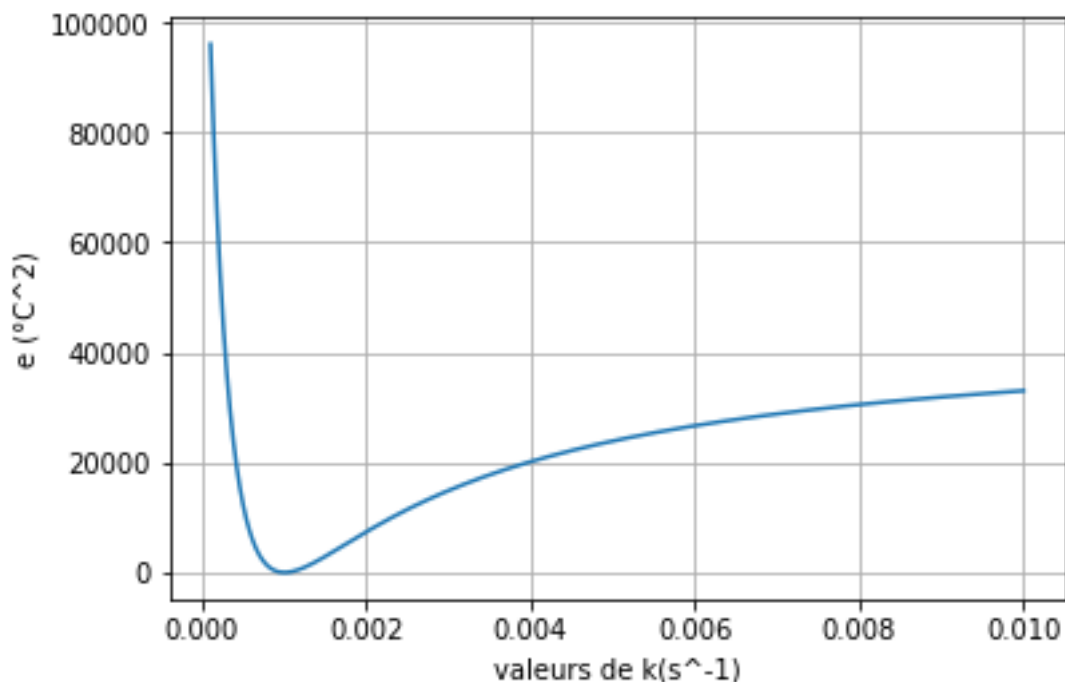
Pour la question suivante, on pourra utiliser `sum(tableau)` qui renvoie la somme de tous les éléments d'un tableau.

- 22) Ecrire une fonction `erreur(k)` prenant pour argument un nombre décimal `k` et renvoyant la quantité $e = \sum_{i=1}^N (T_{i,exp} - T_{i,theo})^2$ donnant la somme du carré des écarts entre les températures expérimentales $T_{i,exp}$ et les températures $T_{i,theo}$ vérifiant la loi recherchée.

Dans la suite, on cherche à déterminer précisément la valeur du paramètre k qui permet de minimiser e . Dans notre cas, on estime manuellement que $(10^{-4} \leq k \leq 10^{-2}) \text{ s}^{-1}$.

- 23) Proposer un algorithme utilisant une boucle `for` et permettant d'obtenir un tableau, noté `tab_e()`, contenant les valeurs de e calculées pour 100 valeurs de k comprises dans l'intervalle 10^{-4} s^{-1} et 10^{-2} s^{-1} . On pourra utiliser `linspace(x1, x2, n)` qui renvoie un tableau de n éléments régulièrement espacés entre $x1$ et $x2$.

Suite aux opérations précédentes, on peut obtenir le graphe suivant :

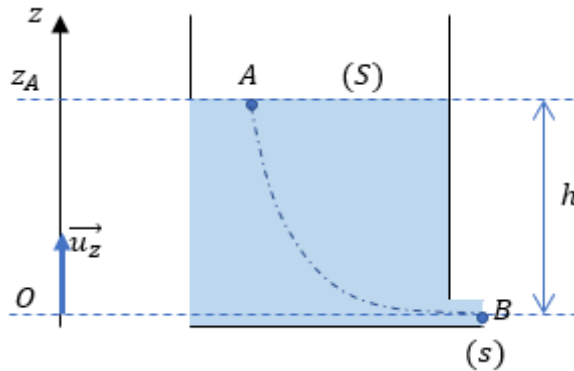


- 24) En déduire la valeur optimale de k puis calculer h et λ .

III- Vérification expérimentale de la formule de Torricelli

a) Modélisation

On considère un réservoir contenant de l'eau s'écoulant à travers une ouverture de section s (cf. ci-dessous). L'eau est assimilée à un fluide incompressible de masse volumique ρ . Dans une première approche, l'écoulement est supposé parfait. Le réservoir est aussi alimenté à travers l'ouverture supérieure de section S ce qui permet d'assurer un écoulement stationnaire (cette alimentation n'est pas représentée ci-dessous). On note P_0 la pression atmosphérique supposée uniforme et $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre tel que $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ avec $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Dans toute la suite, les vitesses seront mesurées par rapport au référentiel lié au réservoir et supposé galiléen.



Soient A un point de la surface libre de section S et B un point situé sur l'extrémité de la section d'ouverture s . A et B appartiennent à une même ligne de courant. On a $z_A - z_B = z_A = h$. On note v_A et v_B les vitesses d'écoulement mesurées respectivement en A et B . On supposera également que la vitesse v_A est commune à tous les points de la surface libre horizontale et que la vitesse v_B est également uniforme sur la section droite s .

- 25) Etablir la relation reliant v_A , v_B , S et s .
- 26) Appliquer la relation de Bernoulli le long de la ligne de courant reliant les points A et B en utilisant uniquement les notations du sujet.
- 27) On suppose que $s \ll S$, en déduire alors que $v_B = \sqrt{2gh}$. Commenter cette relation appelée formule de Torricelli.

A $t = 0$, on arrête l'alimentation en eau à travers l'ouverture supérieure de section S alors que $h = 20 \text{ cm}$. L'hypothèse stationnaire n'est alors plus valable mais on peut supposer le régime d'écoulement quasi-stationnaire à tout instant ce qui revient à adapter la formule de Torricelli sous la forme $v_B(t) = \sqrt{2gz_A(t)}$.

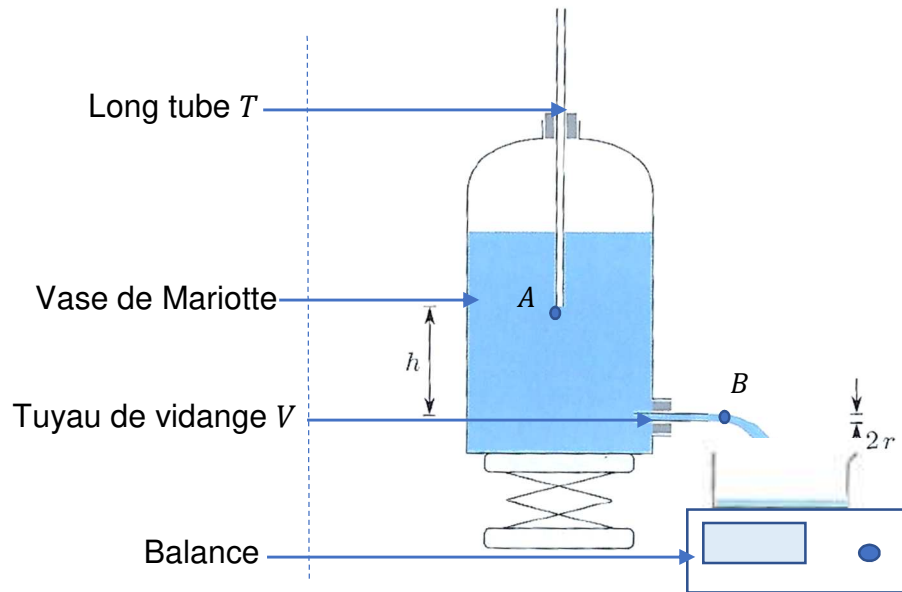
- 28) Déterminer la valeur du rapport $\frac{S}{s}$ assurant une vidange complète du réservoir en 10 s.

b) Partie expérimentale

On souhaite vérifier expérimentalement la relation de Torricelli $v_B = \sqrt{2gh}$ en mesurant la vitesse v_B pour différentes valeurs de h .

- 29) Tracer $v_B^2(h)$ puis donner la valeur numérique de la pente théorique de cette fonction.

Le dispositif expérimental utilisé est représenté ci-dessous :



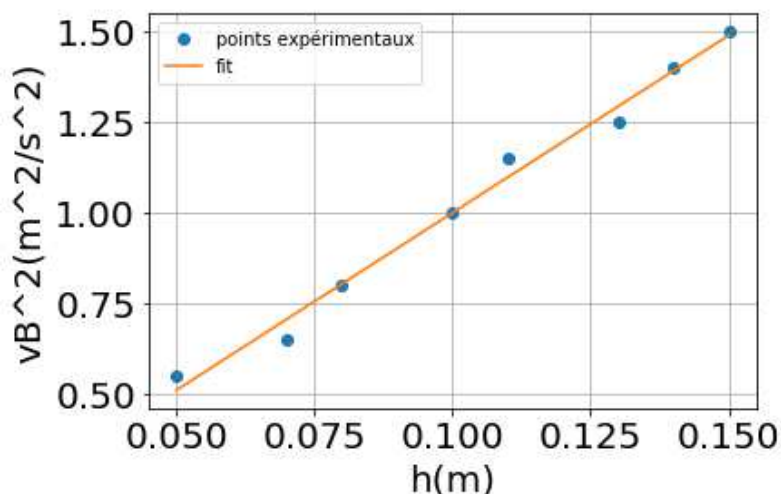
Plutôt que d'utiliser le dispositif étudié dans la partie théorique, on utilise un vase de Mariotte. Il s'agit d'un récipient fermé à l'intérieur duquel plonge un long tube noté T . En régime stationnaire, l'air bulle en sortie de ce tube (au niveau du point A). De la sorte, tant que l'extrémité inférieure de T plonge dans l'eau, la hauteur h intervenant dans la relation de Torricelli reste constante au cours de la vidange. La vidange s'effectue à travers un tuyau de rayon r , la masse d'eau évacuée en B est ensuite mesurée à l'aide d'une balance.

- 30) En régime stationnaire et pour différentes valeurs de h , on récupère une masse Δm pendant un intervalle de temps Δt . Donner l'expression de la vitesse v_B en fonction de $\Delta m, \Delta t, r$ et ρ .

Pour interpréter les résultats expérimentaux, il est nécessaire de prendre en compte les pertes de charges singulières se produisant au niveau du tuyau de vidange V . Soit $w_f = -\frac{K v_B^2}{2}$ le travail massique associé à ces pertes de charge, où K est une constante.

- 31) Adapter la relation de Bernoulli entre A et B en tenant compte de ces pertes de charges puis donner l'expression de la fonction $v_B^2(h)$ en fonction de K, g et h (on a encore $v_B \gg v_A$).

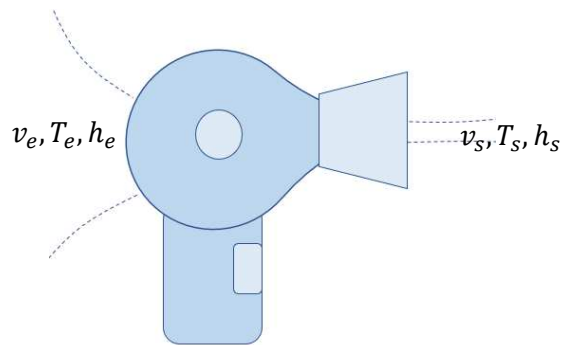
On obtient expérimentalement le graphique ci-dessous :



- 32) Evaluer la valeur de K associée au dispositif expérimental étudié.

IV- Détermination du rendement d'un sèche-cheveux

On considère l'écoulement de l'air à travers un sèche-cheveux. L'écoulement est supposé stationnaire, parfait et on va négliger les fluctuations de la masse volumique ρ de l'air qui sera alors considérée comme uniforme $\rho \approx 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On note D_m le débit massique de l'air circulant à travers le sèche-cheveux. Au cours de cet écoulement, l'air reçoit une puissance thermique P_{th} (par l'intermédiaire d'une résistance chauffante intégrée au sèche-cheveux) et une puissance indiquée P_i (par l'intermédiaire d'une hélice intégrée dans le sèche-cheveux). On note :



- v_e la vitesse de l'air rentrant et v_s la vitesse de l'air sortant du sèche-cheveux (ces vitesses étant mesurées par rapport au sèche-cheveux immobile dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen).
- T_e la température de l'air rentrant et T_s la température de l'air sortant du sèche-cheveux.
- h_e l'enthalpie massique de l'air rentrant et h_s l'enthalpie massique de l'air sortant du sèche-cheveux.

Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie potentielle de pesanteur et on admettra que $v_e \ll v_s$. L'air sera également assimilé à un gaz parfait dont la capacité thermique massique à pression constante c_p vaut $c_p = 1000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

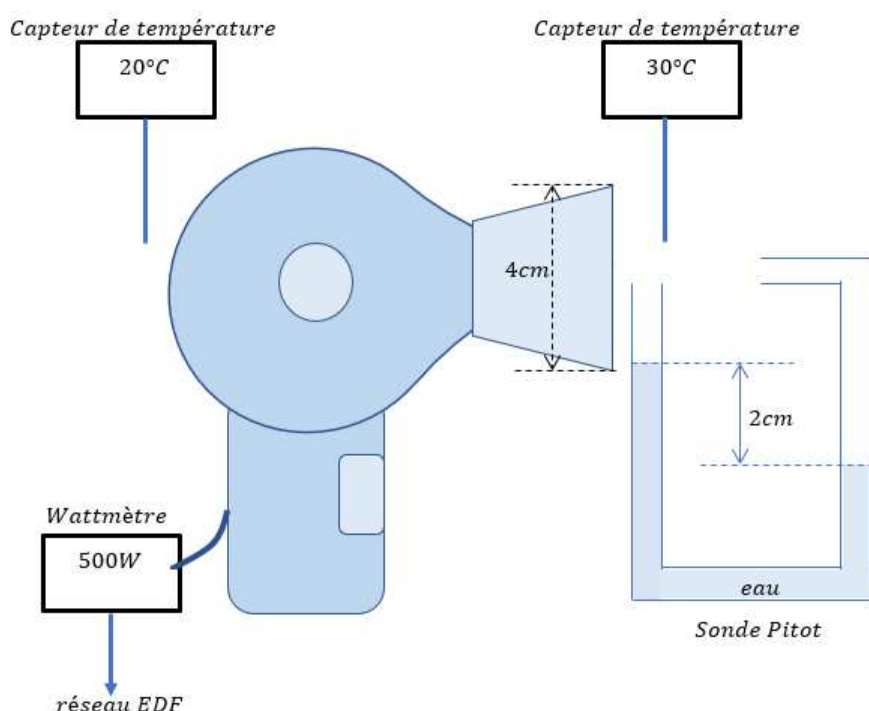
33) Exprimer la différence $h_s - h_e$ en fonction de c_p , T_s et T_e .

34) Énoncer le 1^{er} principe en système ouvert puis, à l'aide des hypothèses, démontrer que :

$$D_m \left(c_p (T_s - T_e) + \frac{v_s^2}{2} \right) = P_{th} + P_i$$

La question suivante n'est pas guidée et demande de l'initiative de la part du candidat (en proposant des modèles, des hypothèses de travail, des approximations, des valeurs numériques...). Une rédaction complète et soignée de la problématique posée est attendue, et toutes les pistes de recherche explorées par le candidat doivent être consignées sur sa copie. Si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Il est conseillé au candidat de ne pas excéder 10 minutes de réflexion sur cette question.

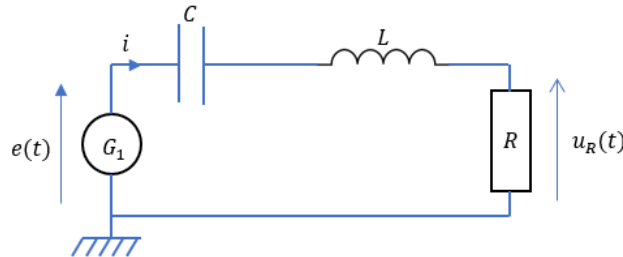
35) En utilisant les relevés des différents appareils de mesure utilisés pour cette expérience, déterminer le rendement η de ce sèche-cheveux.



V- Détermination d'un coefficient d'inductance propre et mutuelle

a) Détermination d'une inductance propre

On cherche à déterminer l'inductance propre L d'une bobine au moyen d'un circuit série constitué d'un dipôle résistif de résistance R , d'un condensateur de capacité C alimentés par un GBF délivrant une tension $e(t) = E \cos(2\pi f t)$ où E est l'amplitude maximale de la tension $e(t)$ et f sa fréquence :



Soit $\underline{Z}$ l'impédance complexe équivalente de l'association « R, L, C » série telle que $\underline{e}(t) = \underline{Z} \underline{i}(t)$ (où $\underline{e}(t)$ et $\underline{i}(t)$ sont les notations complexes associées respectivement à $e(t)$ et $i(t)$ dans le circuit).

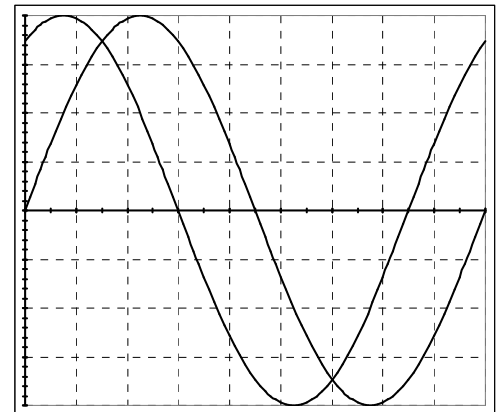
36) Donner l'expression de l'impédance $\underline{Z}$ sous la forme $\underline{Z} = a + jb$ où a et b sont des constantes à exprimer en fonction des données du problème et où $j^2 = -1$.

37) En déduire alors que les tensions $e(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase si la fréquence f vérifie $f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

La valeur de la capacité C est ici connue, la détermination expérimentale de la fréquence f_0 permet donc d'obtenir la valeur de l'inductance L .

38) Dessiner sur votre copie le schéma électrique ci-dessus et y représenter les branchements nécessaires à la visualisation des tensions $e(t)$ et $u_R(t)$ sur un oscilloscope à deux voies.

Si $f \neq f_0$ alors $e(t)$ et $u_R(t)$ sont déphasées et on peut apprécier ce déphasage à l'aide d'un oscilloscope. On obtient alors typiquement l'oscillogramme ci-contre.



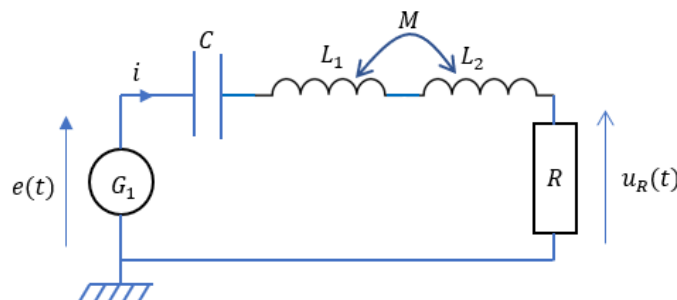
39) Déterminer le déphasage $|\Delta\phi|$ en degré entre les deux tensions $e(t)$ et $u_R(t)$ représentées ci-contre.

Afin de déterminer précisément la fréquence f_0 pour laquelle $e(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase, on préfère utiliser le mode XY de l'oscilloscope.

40) Représenter sur votre copie le graphique observé sur l'écran de l'oscilloscope paramétré en mode XY lorsque $f = f_0$ (le calibre vertical des deux voies étant le même).

b) Détermination d'une inductance mutuelle

A l'aide du montage précédent on détermine l'inductance propre L_1 et L_2 de deux bobines. On place ensuite en série ces deux bobines comme représenté ci-dessous :



Les deux bobines sont suffisamment proches l'une de l'autre pour qu'un couplage magnétique puisse s'établir entre elles. On note M le coefficient d'inductance mutuelle entre les deux bobines ($|M| \leq \sqrt{L_1 L_2}$).

- 41) Montrer que l'inductance équivalente L_{eq} associée à ces deux bobinages vérifie : $L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$
 42) Justifier pourquoi, pour une position donnée des deux bobines, on peut observer expérimentalement deux valeurs possibles de M à savoir $M = \pm |M|$.

On note f_{01} et $f_{02} < f_{01}$ les deux fréquences permettant d'observer les tensions $e(t)$ et $u_R(t)$ en phase.

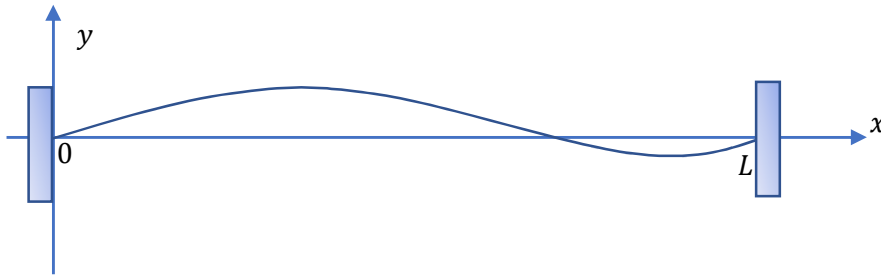
- 43) Montrer qu'il est possible d'obtenir la valeur de $|M|$ en connaissant les valeurs de f_{01} , f_{02} et C .

VI- Etude d'une cavité résonante

a) Modélisation

On va décrire la vibration d'une corde de masse linéique uniforme μ , sans raideur, de longueur L et fixée à ses deux extrémités en utilisant les hypothèses de travail ci-dessous :

- On néglige toute source de frottement.
- On néglige le poids de chaque élément de longueur de la corde par rapport aux forces de tension.
- On néglige le déplacement horizontal de chaque élément de longueur de la corde par rapport au déplacement vertical $y(x, t)$.



Pour de faibles elongations $y(x, t)$, on démontre alors que : $\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0$

où $v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ et T_0 est la norme de la tension du fil.

- 44) A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de v . Que représente cette grandeur ?

On souhaite étudier la propagation d'ondes de la forme : $y(x, t) = Y_0(x) \sin(\omega t)$ où ω est la pulsation de l'onde et $Y_0(x)$ est une fonction que l'on souhaite étudier.

- 45) Comment qualifie-t-on la solution $y(x, t)$ décrivant une onde pour laquelle les dépendances spatiale x et temporelle t interviennent séparément ?
 46) Montrer que $Y_0(x)$ doit vérifier l'équation $\frac{d^2 Y_0(x)}{dx^2} + k^2 Y_0(x) = 0$ où $k = \frac{\omega}{v} > 0$.
 47) Montrer alors que les ondes recherchées pouvant s'établir sur la corde imposent une quantification des valeurs de k et que la longueur d'onde λ_p associée au mode de vibration de rang p vérifie $\lambda_p = \frac{2L}{p}$ où p est un entier naturel non nul.

Des résultats précédents, on peut affirmer que la vibration d'une corde peut être décrite par une combinaison linéaire des modes propres de vibration définis tels que : $y_p(x, t) = Y_{0,p} \sin\left(p\pi \frac{x}{L}\right) \sin\left(p\pi \frac{vt}{L} + \varphi_p\right)$ où $Y_{0,p}$ et φ_p sont des constantes.

- 48) Dessiner sur votre copie l'allure de la corde vibrante à un instant donné lorsqu'elle vibre suivant son mode propre de vibration de rang 3.

b) Partie expérimentale

On pose sur une guitare un haut-parleur relié à un GBF délivrant un signal sinusoïdal de fréquence f réglable. On remarque que pour une fréquence $f = 100$ Hz, la corde la plus grave se met à vibrer sur son mode fondamental. La longueur L de la corde est de 0,7 m et sa masse linéique est de 50 g.m^{-1} .

- 49) En s'appuyant sur un calcul de force de tension, justifier qu'une guitare est soumise à des contraintes mécaniques nécessitant la mise en place de renforts dans le manche et dans la caisse de résonance.