

C O N C O U R S A T S
-SESSION 2017-

É P R E U V E D E
S C I E N C E S P H Y S I Q U E S

CALCULATRICE INTERDITE

CODE ÉPREUVE : 957

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3H

Physique des plasmas

Un plasma est souvent défini comme le quatrième état de la matière. Un plasma est un gaz électriquement neutre dont les espèces, atomes ou molécules, sont ionisées. Il existe différents types de plasmas mais nous n'évoquerons que le cas des plasmas qualifiés de froids, obtenus en laboratoire et dont l'étude a permis de mettre au point différentes applications :

- en nanotechnologie avec la synthèse de nanotubes de carbone,
- en traitement de surface avec la gravure ionique ou le dépôt de films,
- en électronique avec, par exemple, les procédés de dopage des semi-conducteurs...

Cette épreuve comporte deux parties totalement indépendantes et ne nécessite aucune connaissance préalable en physique des plasmas.

Ce sujet propose l'étude de plasmas dans un réacteur, appelé réacteur PKE (Plasma Kristall Experiment), rencontré dans quelques laboratoires dans le monde comme celui du GREMI situé à Orléans en France. Ce réacteur est une enceinte hermétique, formant un parallélépipède rectangle contenant deux électrodes métalliques reliées à une alimentation électrique. On donne ci-dessous une photographie (figure 1), une représentation simplifiée de profil de ce réacteur (figure 2) et le positionnement du repérage cartésien (O, x, y, z) (figure 3) :

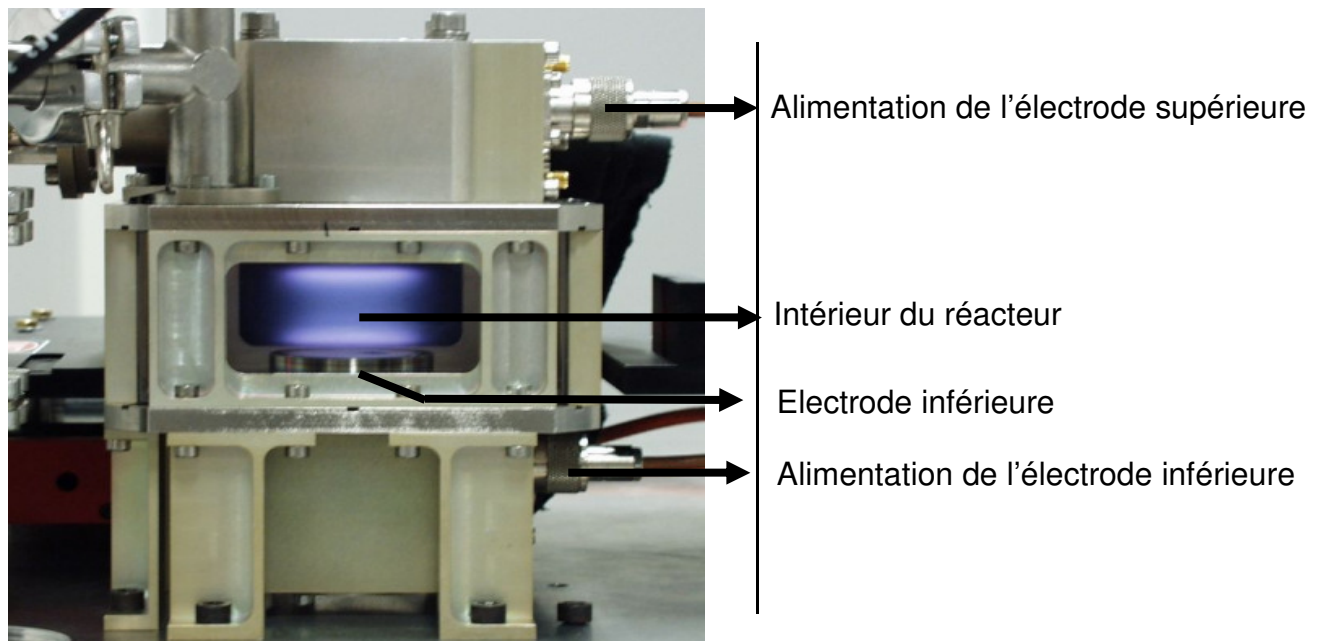


Figure 1 : photographie du réacteur PKE

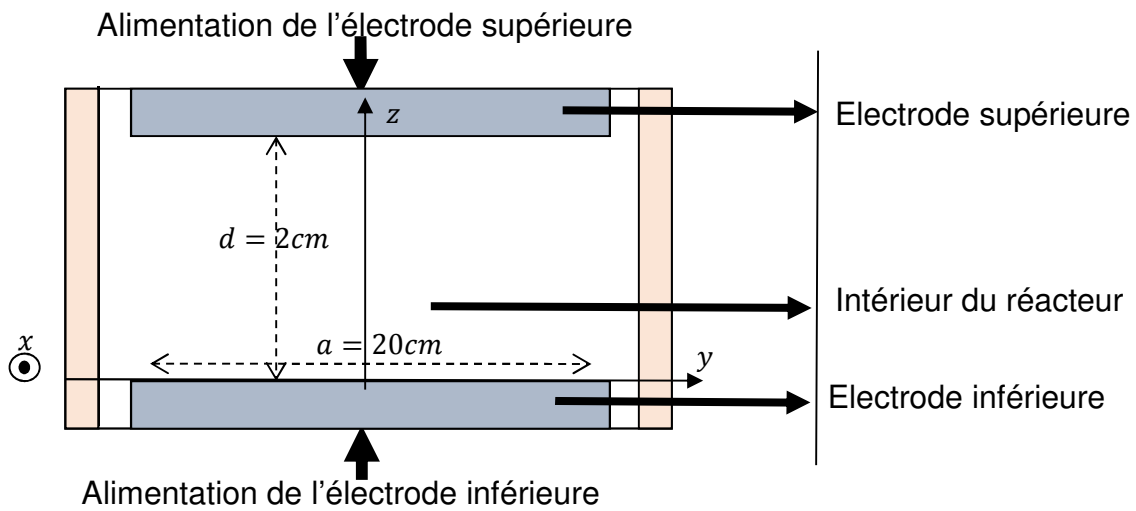


Figure 2 : Représentation de profil simplifiée du réacteur PKE

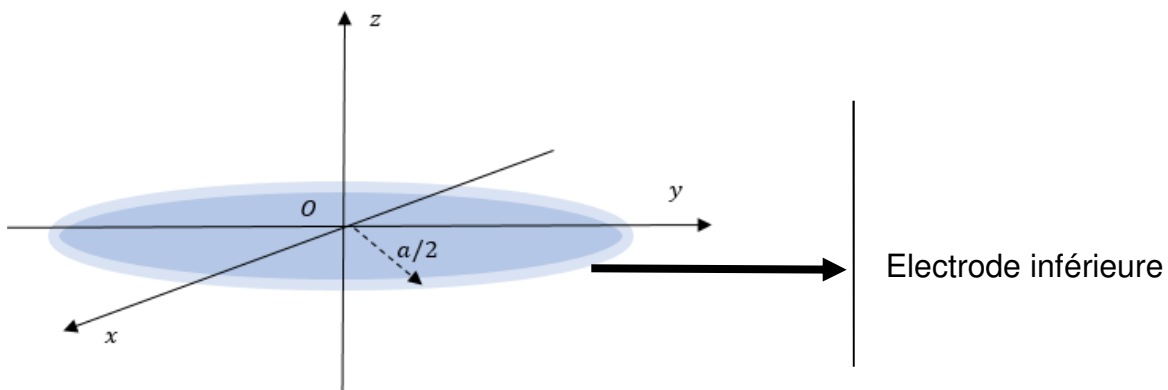


Figure 3 : Positionnement du repérage cartésien

A- Etude d'un réacteur plasma

I- Réacteur plasma sous tension continue

Les deux électrodes du réacteur sont des disques centrés sur l'axe z , de rayon $a/2$ et d'épaisseur négligeable. Elles sont parallèles et leur distance est notée d ($d > 0$). On applique une tension continue $U > 0$ entre les deux électrodes du réacteur. L'électrode supérieure porte alors une charge $-q$ et l'électrode inférieure une charge $+q > 0$. Le réacteur contient un gaz d'argon peu dense, encore non ionisé et de permittivité diélectrique assimilable à celle du vide, notée ε_0 .

a) Champ électrique créé par l'électrode inférieure :

L'électrode inférieure, d'axe Oz et de centre O , est supposée être chargée avec une densité surfacique de charge σ uniforme. On a $d \ll a$ et on va s'intéresser à l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par cette électrode pour des points M de cote z proches de l'axe Oz et tels que $0 < z < d$ (figure 4). Dans ces conditions on pourra, dans un premier temps, négliger les effets de bord et considérer que $\vec{E}(M) \approx E(z)\vec{u}_z$.

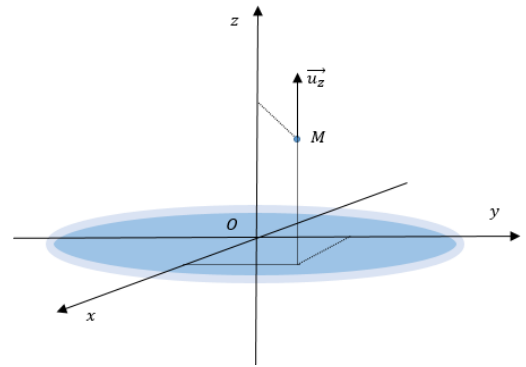


Figure 4

- 1) Enoncer le théorème de Gauss en nommant les grandeurs introduites et en rappelant leurs unités respectives.
- 2) Appliquer, en s'appuyant sur un schéma soigné, le théorème de Gauss afin de déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ aux points M envisagés en fonction de σ .

b) Champ électrique dans le réacteur complet

L'électrode supérieure, parallèle à l'électrode inférieure et de même axe, est chargée avec une densité surfacique uniforme $-\sigma$. On considère encore des points M proches de l'axe Oz pour lesquels on peut encore négliger les effets de bord.

- 3) En utilisant le principe de superposition, exprimer le champ électrique total $\vec{E}_{tot}(M)$ à l'intérieur du réacteur en fonction de σ et ε_0 .
- 4) Représenter l'allure de la fonction $E_{tot}(z)$ pour $0 < z < d$.
- 5) Exprimer le potentiel électrostatique $V(M)$ associé à $\vec{E}_{tot}(M)$ en fonction de U, d et z en posant $V(z = 0) = U/2$.
- 6) Tracer l'allure de $V(z)$ pour $0 \leq z \leq d$.

c) Tension de claquage du gaz : résolution de problème

Cette question n'est pas guidée et demande de l'initiative de la part du candidat, une rédaction complète et soignée est attendue. Toutes les pistes de recherche explorées par le candidat doivent être consignées sur sa copie, si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Il est conseillé au candidat de ne pas excéder 10 minutes de réflexion sur cette question.

- 7) Le réacteur contient un gaz d'argon initialement neutre. On veut estimer la tension U_0 minimale à appliquer entre les électrodes permettant d'assurer l'ionisation de ce gaz en cherchant à décrire un début d'effet d'avalanche. Pour cela, on suppose l'existence d'un électron primaire initialement au repos, qui se détache d'une électrode. Cet électron interagit principalement avec le champ électrique du réacteur et va rentrer en collision avec un atome d'argon supposé immobile et situé au centre du réacteur après un parcours typique de $l \approx 1$ mm. Un électron secondaire peut être alors émis. Sachant qu'il faut fournir une énergie $\Delta E \approx 2,5 \times 10^{-18}$ J à un atome d'argon pour l'ioniser, calculer U_0 .

La charge élémentaire sera approchée par la valeur $e \approx 10^{-19}$ C et on rappelle qu'une charge q en un point M et dans un potentiel électrostatique $V(M)$ est, à une constante près, affectée d'une énergie potentielle $qV(M)$.

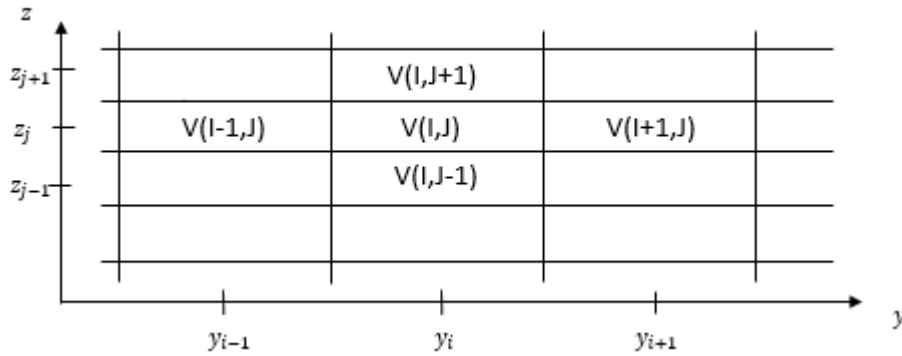
d) Evaluation des effets de bord

Dans ce paragraphe, on souhaite étudier comment la prise en compte des effets de bord affecte les résultats concernant le champ et le potentiel électrique obtenus au paragraphe 1)b). Pour faciliter l'étude, on se limitera à un problème à deux dimensions et on admettra que dans le plan $x = 0$, le potentiel électrostatique V satisfait l'équation de Laplace suivante* :

$$\frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(y, z)}{\partial z^2} = 0$$

On souhaite écrire un programme informatique permettant de déterminer la fonction potentiel électrostatique dans le réacteur alimenté en ± 10 V. La solution de ce problème doit vérifier l'équation de Laplace ci-dessus et les conditions aux limites imposées au potentiel $V(y, z)$ par l'expérimentateur qui sont ici $V\left(y = \pm \frac{a}{2}; z\right) = 0$. Dans ce programme, on va chercher à calculer le potentiel en différents points $(x = 0; y_i; z_j)$ du réacteur avec $(0 \leq z_j < 20)$ mm et $(-10 \leq y_i < +10)$ cm. Le potentiel est calculé tous les millimètres verticalement et horizontalement. Ainsi, le potentiel est décrit dans un tableau de taille 201x21 où le réel $V(i, j)$ contient la valeur en volt de $V(y_i, z_j)$. Le tableau suivant représente une partie de la discrétisation de l'espace en cellules.

* L'équation de Laplace proposée ici s'obtient rigoureusement dans le cas d'un réacteur dont les électrodes sont assimilées à des plans rectangulaires de largeur finie (suivant y) et de longueur supposée infinie (suivant x). L'équation étudiée va donc mettre en évidence l'influence des effets de bord mais elle devrait être complétée pour décrire plus finement notre réacteur.



Pour résoudre l'équation de Laplace, nous allons appliquer la méthode d'Euler. A titre d'exemple, cette méthode consiste à associer la dérivée partielle $\frac{\partial V(y,z)}{\partial y}$ à la quantité $V(l+1,J)-V(l,J)$.

- 8) Ecrire, avec la méthode d'Euler, la quantité $\frac{\partial V(y,z)}{\partial z}$ en fonction de $V(l,J+1)$ et $V(l,J)$.
- 9) Ecrire, avec la méthode d'Euler, la quantité $\frac{\partial^2 V(y,z)}{\partial z^2}$ en fonction de $V(l,J+1)$, $V(l,J-1)$ et $V(l,J)$.
- 10) Ecrire alors la définition à donner à $V(l,J)$ avec la méthode d'Euler, en fonction de $V(l+1,J)$, $V(l,J+1)$, $V(l-1,J)$ et $V(l,J-1)$.

On a représenté ci-dessous (figure 5) le résultat de la simulation en traçant les équipotentiels -7,5V ; -5V ; -2,5V ; 0V ; 2,5V ; 5V ; 7,5V dans le plan $x = 0$ entre les électrodes.

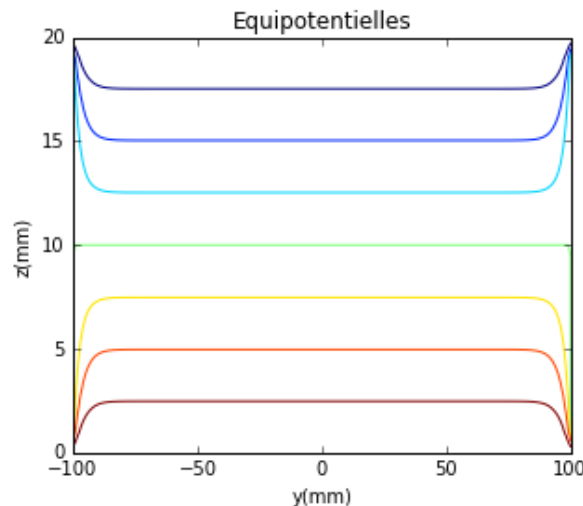


Figure 5

- 11) Proposer, avec justification, un encadrement des valeurs y et z pour lesquelles l'approximation $\vec{E}(M) \approx E(M)\vec{u}_z$ est pertinente.
- 12) Dans cette zone où $\vec{E}(M) \approx E(M)\vec{u}_z$, pouvons-nous affirmer que le champ électrique est uniforme ? Justifier votre réponse.

II- Etude du réacteur en régime variable

Le réacteur précédent est plutôt utilisé avec une alimentation sinusoïdale de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 10\text{MHz}$. L'étude complète de la propagation des ondes émises dans un plasma basse pression (1mbar) dépasse le cadre de notre étude mais nous pouvons comprendre simplement le comportement des ondes électromagnétiques dans un tel milieu.

a) Pulsation plasma

Soit une boîte cubique (figure 6), rigide, de côté b , contenant, avec une même densité volumique n ($[n] = m^{-3}$), des électrons de masse m et de charge $-e$ et des ions de masse $M \gg m$, supposés immobiles et de charge $+e$. Le milieu est encore suffisamment peu dense pour lui associer la permittivité diélectrique du vide ϵ_0 .

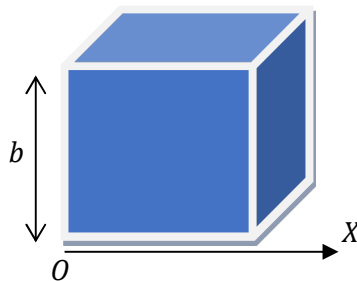


Figure 6

Considérons une translation d'une distance $X \ll b$ des seuls électrons dans la direction OX . Cette translation entraîne alors une distribution de charge équivalente à celle d'un condensateur plan idéal par accumulation d'électrons sur une face et défaut d'électrons sur l'autre face opposée.

- 13) Exprimer la densité surfacique $\sigma > 0$ qui caractérise cette distribution en fonction de X, e et n .
- 14) Etablir l'équation différentielle du mouvement d'un électron au centre du réacteur et régissant $X(t)$ (dans le référentiel lié à la boîte, en négligeant toute force dissipative et forces gravitationnelles).
- 15) En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 , appelée pulsation plasma, des oscillations de ce milieu.

Le résultat précédent traduit un comportement équivalent à une force de rappel : les électrons, plus mobiles que les ions, oscillent à la manière d'un système {masse-ressort} après perturbation.

- 16) En effectuant une analogie avec le régime mécanique forcé d'un système {masse-ressort} non amorti, prévoir (en justifiant la réponse) si le générateur alimentant le réacteur peut mettre en mouvement les électrons lorsque $\omega \ll \omega_0$ ou lorsque $\omega \gg \omega_0$.

b) Propagation et atténuation

On peut compléter la description du plasma en tenant compte des effets « collisionnels » entre les électrons et les ions. Il est alors utile d'introduire un temps τ entre deux collisions et donc une pulsation $\omega_e = 2\pi f_e = \frac{1}{\tau}$ associée. Si $\omega \ll \omega_e \ll \omega_0$ alors les équations de Maxwell permettent d'écrire approximativement que :

$$\Delta \vec{E} \approx \frac{\omega_0^2}{c^2 \omega_e} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

17) Par analyse dimensionnelle, exprimer une distance caractéristique L d'existence du champ électrique dans le plasma en fonction de ω_0 , ω_e , c et ω .

18) Expliquer brièvement l'origine physique de l'atténuation du champ électrique.

On envisage la propagation d'une onde électrique telle que $\vec{E}(X, t) = E_0 \underline{g}(X) e^{j(2\pi f t)} \vec{u}_Y$, avec E_0 constante, dans un milieu plasma occupant le demi-espace $X > 0$ (figure 7).



Figure 7

19) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\underline{g}(X)$.

20) Proposer une expression de $\underline{g}(X)$ non divergente quand $X \rightarrow \infty$.

21) Exprimer alors $\vec{E}(X, t)$ sachant que $\vec{E}(0, t) = E_0 e^{j(2\pi f t)} \vec{u}_Y$. On introduira la distance caractéristique $\delta = \sqrt{\frac{f_e}{2f} \frac{c}{\pi f_0}}$.

22) Donner alors l'expression du champ réel $\vec{E}(X, t)$. Proposer quelques qualificatifs pour décrire l'onde électrique obtenue.

23) Justifier, *a posteriori*, la pertinence de l'analyse dimensionnelle de la question 17).

24) D'après la formule donnée question 21, estimer δ , en centimètre, si $f_0 = 1$ GHz, $f_e = 100$ MHz et $f = 10$ MHz.

25) Prévoir si l'onde électromagnétique émise par l'alimentation du réacteur peut se propager à l'intérieur du réacteur plasma.

B- Etude des plasmas « sales »

Le plasma est un milieu ionisé. Les ions du plasma sont soumis au champ électrique créé par les électrodes et sont attirés ou repoussés vers ces dernières. Ces interactions électriques sont utilisées pour « bombarder » des substrats (échantillons de silicium par exemple) éventuellement déposés sur les électrodes. Ce procédé permet alors le dopage, le traitement de surface ou la gravure du substrat. Chacune de ces applications conduit à l'éjection d'un peu de matière du substrat qui se retrouve alors dans le plasma : on obtient un plasma « sale » ou « *dusty plasma* ». Ces particules en suspension dans le plasma s'agglomèrent et forment des poussières pouvant être indésirables. Pour l'industrie de la micro-électronique, ces particules doivent être impérativement éjectées à l'arrêt du plasma afin d'éviter qu'elles ne se retrouvent sur le substrat qui vient d'être traité (transistor par exemple).

Nous allons étudier une technique d'éjection qui a été mise au point dans le réacteur PKE. Des grains de référence ont été injectés au centre du réacteur contenant un gaz d'argon non ionisé. Chaque grain est de charge $q < 0$, de masse m et dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.

I- Lévitiation statique

Pour assurer la lévitation statique, on utilise un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_z$ vertical, supposé uniforme, stationnaire et créé par le jeu d'électrodes.

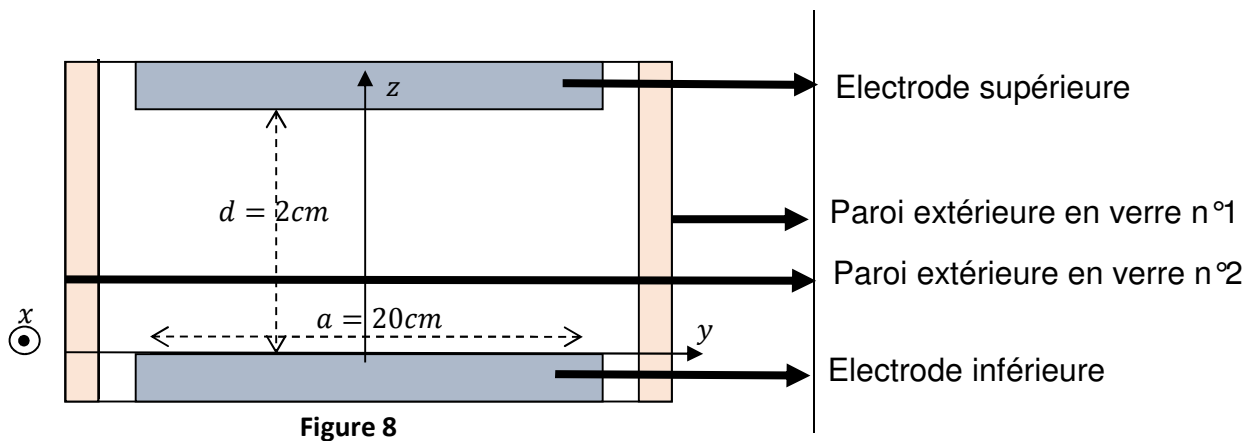
26) Ecrire, dans le référentiel lié au réacteur et supposé galiléen, l'équation scalaire permettant d'assurer la lévitation statique d'un grain. On négligera l'effet de la poussée d'Archimède verticale du gaz d'argon sur le grain et on utilisera le repérage de la figure 3.

27) Quel doit être le signe de E ? Justifier.

II- Force de thermophorèse

Pour extraire les particules en lévitation, on utilise une force dite de thermophorèse $\vec{F}_{th} = -K\vec{\text{grad}}T$ où K est une constante et T est le champ des températures dans le réacteur. Cette force est donc obtenue en appliquant un gradient de température.

Pour réaliser un champ de température non uniforme dans le réacteur, on impose une température $T_1 = 9^\circ\text{C}$ sur toute la paroi extérieure en verre n°1 et une température $T_2 = 36^\circ\text{C}$ sur toute la paroi extérieure en verre n°2 (figure 8).



a) Etude du gradient de température dans les parois en verre du réacteur

On utilise un dispositif qui permet d'imposer une température uniforme et stationnaire sur toute la surface S de la paroi extérieure en verre n°2. Ce système de chauffage consomme une puissance moyenne $P > 0$ pour maintenir la température T_2 sur toute la surface S . Le verre, de conductivité thermique λ , d'épaisseur $e = 1\text{cm}$ est alors le siège d'une conduction thermique considérée comme unidirectionnelle suivant l'axe Oy (on néglige donc tout effet de bord) et stationnaire. On note $\vec{j}$ le vecteur densité de flux thermique (aucun transfert conducto-convectif ne sera à considérer). Cette partie porte sur l'étude de la température $T(y)$ de la paroi n°2.

28) Comparer qualitativement la conductivité thermique λ des métaux et celle des gaz dans les conditions usuelles.

29) Ecrire la loi de Fourier dans le cadre de nos hypothèses en donnant l'unité de toutes les grandeurs physiques introduites.

30) En tenant compte des hypothèses de travail, montrer que dans la paroi en verre :

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{P}{\lambda S}$$

31) Avec $S = 40\text{ cm}^2$, $\lambda = 2,5\text{ USI}$ et $P = 1\text{ W}$, calculer la chute de température entre les deux faces de la paroi n°2.

b) Etude du gradient de température dans le réacteur

32) La conduction thermique est un mode de transfert thermique. Citer les deux autres modes de transfert thermique et proposer un exemple illustrant chacun de ces modes.

33) Expliquer pourquoi le gaz, contenu dans le réacteur dont les parois sont à T_2 et T_1 , est mis en mouvement.

L'étude complète du comportement du gaz d'argon dans tout le réacteur est délicate à cause de la présence des parois. Aussi, nous travaillerons localement dans une région telle que $z \approx d/2$ et $x \approx 0$. Nous pourrions alors effectuer les hypothèses simplificatrices suivantes d'un écoulement supposé unidirectionnel :

- On considère que le régime stationnaire est atteint.
- On observe un déplacement du gaz à la vitesse $\vec{v} = v(y)\vec{u}_y$ (par rapport au référentiel supposé galiléen lié au réacteur) dans un champ des températures $T(y)$ et des pressions $p(y)$.
- Le gaz contenu dans le réacteur est supposé parfait (de capacité thermique massique à pression constante c_p uniforme). La vitesse de l'écoulement et le gradient de température sont suffisamment faibles pour considérer la masse volumique comme quasi-uniforme. On notera cette masse volumique ρ .
- On suppose le fluide parfait (sans viscosité).
- On note λ la conductivité thermique du gaz (supposée constante) et on note $\vec{j}$ le vecteur densité de flux thermique de conduction.

La figure 9 ci-dessous représente le système fermé que l'on va étudier entre les instants t et $t + dt$. Ce parallélépipède rectangle est de volume élémentaire $\delta V = b^2 \delta y$ (avec $b \ll d$) et contient un gaz d'énergie interne dU .

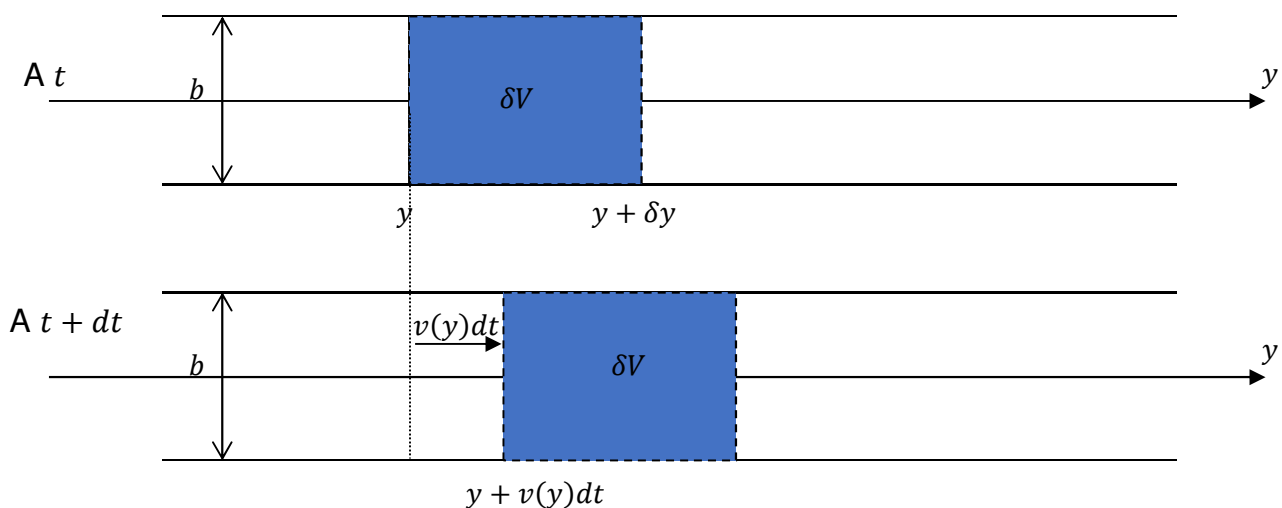


Figure 9

- 34) Soit l'équation suivante : $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{v})$. Comment se nomme cette équation et que traduit-elle ? On donnera une réponse concise.
- 35) Réécrire l'équation ci-dessus en tenant compte des hypothèses de travail. Montrer alors que $v(y)$ est nécessairement une constante.
- 36) Exprimer le transfert thermique de conduction $\delta^2 Q$ échangé avec le système étudié pendant l'intervalle de temps dt en fonction, entre autres, de $\frac{d^2 T}{dy^2}$.
- 37) Exprimer le travail des forces pressantes $\delta^2 W$ s'exerçant sur le système étudié pendant l'intervalle de temps dt en fonction, entre autres, de $\frac{dp}{dy}$.
- 38) Écrire le premier principe de la thermodynamique des systèmes fermés entre t et $t + dt$ et montrer que $\frac{d^2 T}{dy^2} - \frac{\rho v c_p}{\lambda} \frac{dT}{dy} = 0$.

La résolution de l'équation précédente conduit au graphique suivant (figure 10) :

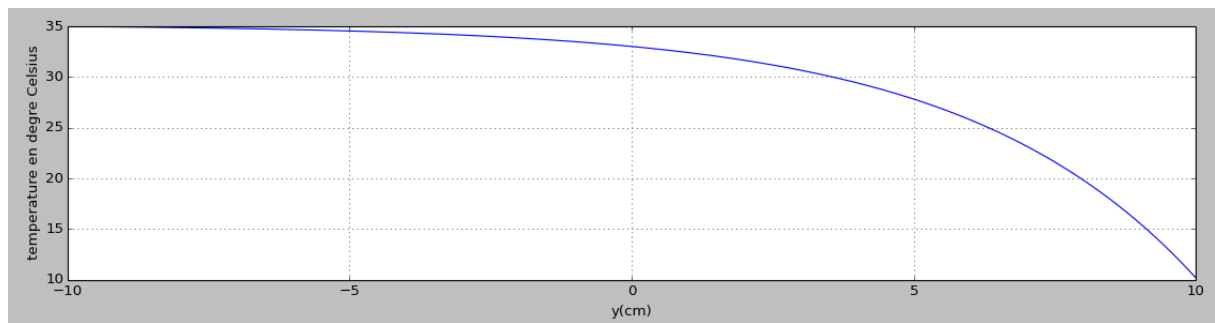


Figure 10

- 39) On rappelle l'expression de la force de thermophorèse $\vec{F}_{th} = -K \vec{grad} T$. Comment le graphe ci-dessus permet-il d'appréhender l'intensité de $\vec{F}_{th}$?
- 40) Justifier que l'on puisse considérer la force de thermophorèse comme étant uniforme au voisinage du centre du réacteur.
- 41) Sur quel intervalle $[y_1, y_2]$ pouvons-nous considérer cette force uniforme ?
- 42) Calculer $\|\vec{grad} T\|$ sur l'intervalle $[y_1, y_2]$. On donnera le résultat en $K.m^{-1}$.

III- Etude dynamique

Nous allons considérer le mouvement horizontal permettant l'éjection des grains en lévitation présents dans le réacteur. Soit un grain de masse m soumis aux forces suivantes :

- La force de thermophorèse qui sera donnée par $\vec{F}_{th} = F \vec{u}_y$ avec, pour simplifier, $F > 0$ considéré constant pour tout le mouvement,
- La force de friction liée à son déplacement dans le gaz d'argon : $\vec{F}_f = -k \vec{v}_g$ avec $k > 0$ constante et $\vec{v}_g$ donnant la vitesse horizontale du grain dans le référentiel lié au réacteur et supposé galiléen.

Cette dernière partie sera traitée à l'aide du principe fondamental de la dynamique avec le repérage présenté à la figure 3.

- 43) Exprimer, en la justifiant soigneusement, l'équation différentielle vérifiée par la vitesse instantanée $v_g(t)$.
- 44) Résoudre cette équation différentielle et proposer alors une expression de $v_g(t)$ sachant que $v_g(0) = 0$.
- 45) Tracer l'allure de $v_g(t)$ en faisant apparaître un temps, noté τ , caractéristique de la mise en mouvement. On donnera l'expression de τ et de la vitesse limite v_{gl} vers laquelle peut tendre la vitesse du grain.
- 46) Exprimer la position $y(t)$ sachant que $y(0) = 0$.
- 47) Donner l'expression du temps t_f pour lequel un grain, située initialement en $(x = 0, y = 0, z = \frac{a}{2})$ atteint la position $(x = 0, y = \frac{a}{2}, z = \frac{a}{2})$ sachant que $t_f \gg \tau$.