

C O N C O U R S A T S
-SESSION 2015-

É P R E U V E D E
S C I E N C E S P H Y S I Q U E S

CALCULATRICE INTERDITE

CODE ÉPREUVE : 957

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3H

Étude du Large Hadron Collider du CERN

Le Grand Collisionneur de Hadrons (Large Hadron Collider ; LHC) est entré en fonctionnement en 2008. Il est situé dans un anneau de 27 kilomètres de circonférence et enterré à 100 m sous terre à la frontière franco-suisse, près de Genève. Le LHC est désormais le plus puissant des accélérateurs de particules au monde.

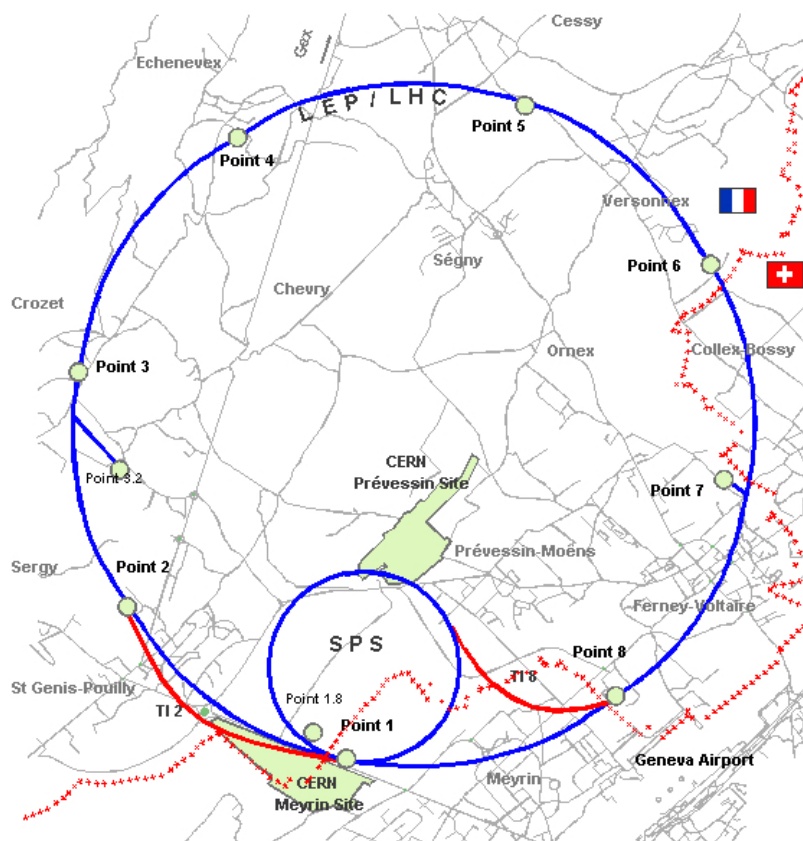


Figure 1 : Site du CERN, dans les environs de Genève. Le grand cercle représente la position du tunnel du LHC.

Dans les accélérateurs de particules, des protons (ou des ions) de très haute énergie circulant dans deux faisceaux tournant à contre-sens se choquent les uns contre les autres, dans le but de rechercher des indices de la supersymétrie, de la matière noire et de l'origine de la masse des particules élémentaires.

Les faisceaux se composent de paquets contenant des centaines de milliards de protons chacun. Voyageant quasiment à la vitesse de la lumière, ils sont injectés, accélérés, et maintenus en circulation pendant des heures, guidés par des milliers d'aimants supraconducteurs puissants. L'énergie des protons est transformée au moment du choc en une myriade de particules exotiques, que les détecteurs observent avec attention.

Le 04 juillet 2012, les chercheurs ont annoncé l'observation du boson de Higgs dont l'existence était prédite par le modèle standard. On se propose dans ce problème de comprendre quelques aspects du fonctionnement du LHC. Ce problème comporte quatre parties totalement indépendantes. Une première partie aborde différents aspects du proton et de l'atome d'hydrogène. La seconde partie est consacrée aux accélérateurs du LHC. La troisième partie étudie les techniques de refroidissement des composantes magnétiques du LHC. Enfin, une dernière partie s'intéresse à quelques enjeux énergétiques au LHC.

Constantes physiques

Masse du proton	$m_p \simeq 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c \simeq 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Unités

Énergie	$1,00 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
	$1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$

Précisions sur l'énoncé

Dans tout le problème, "exprimer" signifie donner l'expression littérale et "calculer" signifie donner la valeur numérique.

Aide aux calculs pour les parties 1, 2 et 4.

$3,2 \times 3,6 = 11,5$	$21,0 \times 1,60 = 33,6$	$2,4 \times 3,6 \times 2,7 \simeq 23$	
$6,63 \times 2,92 = 19,36$	$19,4 \times 1,6 = 31$	$1,6 \times 9,0 = 14,4$	$\sqrt{(10^5 + 10^7)} \simeq 3,2 \cdot 10^3$
$\sqrt{10} = 3,2$	$\sqrt{(10^5 + 9 \cdot 10^6)} \simeq 3,0 \cdot 10^3$	$\frac{19,36}{1,60} = 12,1$	$\frac{120}{23} \simeq 5,2$

1 L'atome d'hydrogène

1.1 Ionisation de l'atome d'hydrogène

Les niveaux d'énergie de cet atome sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad (1)$$

où n représente un entier strictement positif et $E_0 = 13,6 \text{ eV}$. Le niveau d'énergie le plus bas, $n = 1$, correspond à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, son état de repos. Les niveaux $n = 2, n = 3, \dots$ correspondent aux états excités de l'atome.

1.2 Transitions entre niveaux d'énergie

- 1) Quelle est la position de l'atome d'hydrogène dans la classification périodique des éléments ? Justifier.
- 2) Donner la représentation de Lewis de l'atome d'hydrogène puis de la molécule de dihydrogène.
- 3) Identifier les 4 premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sur le diagramme énergétique du document réponse n°1. Calculer en eV : $\Delta E_{12} = E_2 - E_1$, $\Delta E_{13} = E_3 - E_1$, $\Delta E_{14} = E_4 - E_1$.

Un atome d'hydrogène, initialement dans son état fondamental, absorbe un photon de fréquence $\nu = 2,92 \times 10^{15} \text{ Hz}$.

- 4) Calculer l'énergie du photon absorbé $E = h\nu$ en joules et en électron-volts.
- 5) En déduire la valeur du nombre n qui caractérise le niveau d'énergie de l'atome après absorption du photon par un atome d'hydrogène dans son état fondamental.
- 6) Sur le document réponse n°1, représenter par une flèche, la transition correspondant à l'absorption du photon.

2 Brève histoire d'un proton accéléré par le complexe d'accélérateurs du LHC au CERN

Dans cette partie, nous étudions la trajectoire des protons dans le Large Hadron Collider. Le LHC est formé d'une succession d'accélérateurs, d'énergies toujours croissantes. Chaque accélérateur injecte un faisceau dans la machine suivante, qui prend le relais pour porter ce faisceau à une énergie encore plus élevée, et ainsi de suite. Tous les accélérateurs de particules sont composés de la même façon : une source de particules, des champs électriques accélérateurs, des champs magnétiques de guidage et finalement des détecteurs pour observer les particules et leurs collisions.

2.1 Particule dans un champ électrique constant et uniforme

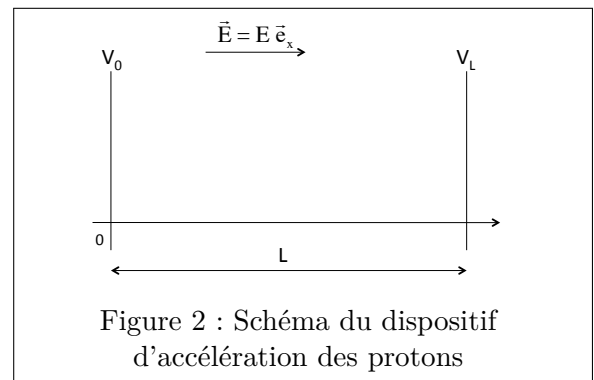
7) Quelle est la force que subit un proton plongé dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$?

8) Montrer que l'on peut négliger le poids du proton devant la force générée par un champ $E = 100 \text{ kV.m}^{-1}$. On prendra $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

9) En utilisant le principe fondamental de la dynamique appliqué à un proton, exprimer l'accélération que ressent un proton dans une zone de l'espace où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

10) La zone de l'espace où règne le champ $\vec{E}$ a une longueur L . En considérant que le potentiel V_0 du plan $x = 0$ est nul, exprimer le potentiel V_L du plan $x = L$.

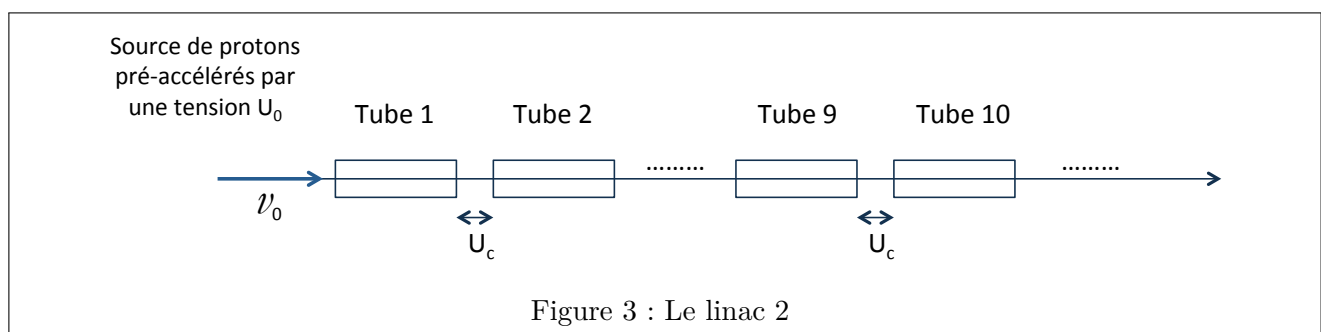
11) En supposant que le proton entre dans la zone de champ avec une énergie cinétique négligeable, exprimer l'énergie cinétique du proton sortant de la zone d'accélération, en fonction de E puis de V_L .



2.2 Un accélérateur linéaire de particules : le Linac 2

L'accélérateur linéaire 2 (Linac 2) constitue le point de départ des protons utilisés dans les expériences menées au CERN.

Les protons passent dans une série de conducteurs métalliques coaxiaux. On considère que le champ est nul à l'intérieur des conducteurs. Ces protons sont accélérés par une tension maximale U_C toutes les fois qu'ils passent d'un tube à l'autre. On considérera que la distance entre deux tubes est négligeable par rapport à la longueur des tubes. Les protons sont injectés en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ parallèle à l'axe de l'accélérateur et générée par une tension pré-accelératrice U_0 .



12) Quel est l'accroissement d'énergie cinétique de ces protons au passage entre deux tubes voisins ?

13) Exprimer leur énergie cinétique à la sortie du n-ième tube en fonction de U_C et U_0 .

14) Calculer la valeur de la vitesse des protons à la sortie du 10^{ème} tube pour $U_0 = 200 \text{ kV}$, $U_C = 2000 \text{ kV}$.

15) Sachant qu'une particule est considérée comme relativiste lorsque sa vitesse atteint le tiers de la vitesse de la lumière, ces protons sont-ils relativistes ?

2.3 Du linac 2 au synchrotron à protons (PS)

Un élément fondamental du complexe accélérateur est le synchrotron à protons (PS). Pendant une courte période de l'histoire des grands instruments, le PS a été l'accélérateur produisant les plus hautes énergies du monde. Aujourd'hui, il sert principalement à alimenter le LHC.

On considère un proton injecté en A dans le synchrotron où règne un champ magnétique statique et uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. À $t = 0$ sa vitesse $\vec{v}_0$ est perpendiculaire au champ magnétique conformément à la figure 4.

16) Donner le nom et l'expression vectorielle de la force que subit le proton soumis au champ magnétique $\vec{B}_0$.

Pour les questions suivantes, on considère que le proton n'est soumis qu'à cette force.

17) Reproduire la figure 4 sur votre copie afin de représenter la force magnétique subie par le proton en A. Exprimer la norme de cette force.

18) Montrer que le travail associé à cette force est nul. En déduire que le mouvement du proton est uniforme.

19) Montrer que la trajectoire du proton est un cercle.

20) Exprimer le rayon de la trajectoire en fonction de m_p , B_0 , e et v_0 .

21) Quelle est la nature du mouvement du proton après sa sortie de la zone de champ magnétique ?

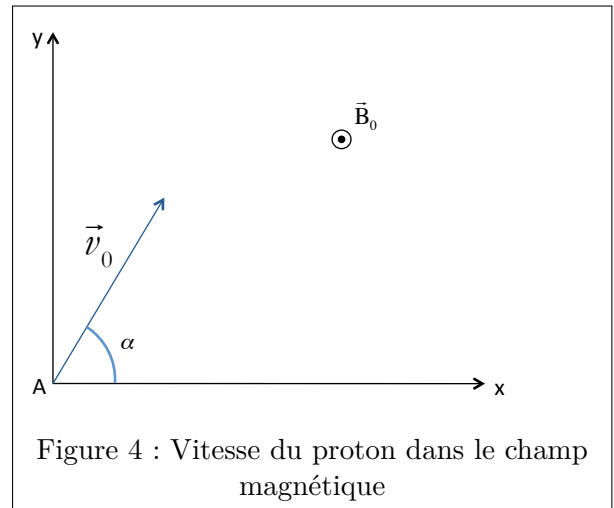


Figure 4 : Vitesse du proton dans le champ magnétique

2.4 Rayonnement synchrotron dans le LHC

Lorsqu'une particule est accélérée, elle émet un rayonnement électromagnétique que l'on nomme rayonnement synchrotron.

On considère que l'onde rayonnée a une structure d'onde plane progressive monochromatique et que le champ électrique $\vec{E}(M)$ en point M de l'espace peut s'écrire sous la forme $\vec{E}(M) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$.

22) Identifier la pulsation de l'onde, son vecteur d'onde et l'amplitude du champ électrique.

23) Quelle est la relation vectorielle entre le champ magnétique $\vec{B}(M)$ et le champ électrique $\vec{E}(M)$ dans le cas d'une onde plane ?

24) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}$. Que représente-t-il physiquement ?

La puissance rayonnée dépend de la charge q de la particule, du rayon de courbure r de la trajectoire et des constantes c et ϵ_0 . On supposera que la puissance rayonnée par une particule en mouvement circulaire est de la forme :

$$P = K q^2 c \epsilon_0^{-1} r^\alpha$$

où K est sans dimension. On rappelle que dans le système international (SI), ϵ_0 s'exprime en $F.m^{-1}$.

25) En utilisant l'expression de l'énergie stockée $E = \frac{Q^2}{2C}$ dans un condensateur de capacité C et portant une charge Q , par analyse dimensionnelle exprimer une puissance en fonction d'une charge, d'une capacité et d'une durée.

26) Par analyse dimensionnelle, déterminer alors la valeur de α .

3 Principe d'un système de refroidissement

Afin d'éviter une perte d'énergie par effet Joule trop importante, le choix a été fait au LHC d'utiliser des matériaux supraconducteurs, notamment pour les bobines générant un champ électromagnétique. Il est nécessaire de refroidir ces matériaux en faisant circuler de l'hélium liquide à la température extrêmement basse de 1,9 K. Le refroidissement de l'hélium liquide utilisé se déroule en plusieurs phases ; une de ces phases utilise des turbines de réfrigérateurs afin de liquéfier l'hélium à la température de 4,2 K. Le but de cette partie est d'étudier le fonctionnement d'un réfrigérateur.

3.1 Caractéristique d'un réfrigérateur ditherme réversible

Un fluide réfrigérant décrit un cycle ditherme réversible entre une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f . On note $Q_c < 0$ et $Q_f > 0$ les transferts thermiques reçus par le fluide, pendant un cycle, respectivement de la part des sources chaude et froide et W le travail reçu par le fluide pendant un cycle.

27) Dans le cas d'une machine frigorifique, quel milieu (extérieur ou intérieur du réfrigérateur) constitue la source chaude ? La source froide ?

28) Justifier que pour une telle machine $Q_c < 0$ et $Q_f > 0$. Quel est le signe de W ? Justifier.

29) À partir du premier principe de la thermodynamique, exprimer la relation entre Q_c , Q_f et W .

30) Définir l'efficacité η de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de Q_c et Q_f .

31) À partir du deuxième principe de la thermodynamique, établir la relation suivante pour le cycle réversible du réfrigérateur :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \quad (2)$$

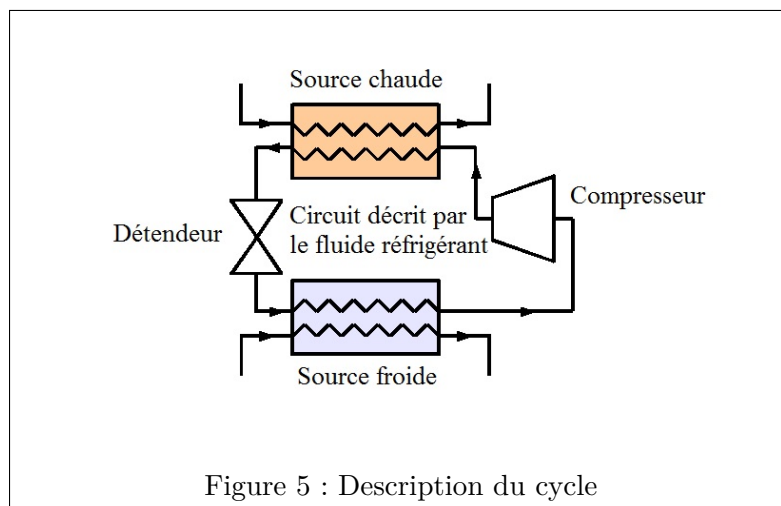
32) En déduire que pour le réfrigérateur réversible, l'efficacité η s'écrit :

$$\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f} \quad (3)$$

Calculer η pour $T_c = 300$ K et $T_f = 280$ K.

3.2 Étude d'un réfrigérateur réel

Le schéma de la figure 5 décrit le fonctionnement d'une machine frigorifique réelle. Elle comporte quatre éléments : un compresseur, un condenseur, un détendeur et un évaporateur.



Le fluide réfrigérant est de l'ammoniac.

Données sur l'ammoniac :

- ★ Soit $\gamma = 1,3 = \frac{C_p}{C_v}$, le rapport des capacités thermiques massiques à pression et à volume constants.
- ★ Relation de Mayer : $C_p - C_v = \frac{R}{M}$
- ★ Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- ★ Masse molaire : $M = 17,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- ★ Enthalpie massique de vaporisation à $T_1 = 263 \text{ K}$ (ou chaleur latente massique de vaporisation) : $\Delta h_{vap}(T_1) = 1450 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Description du cycle réfrigérant :

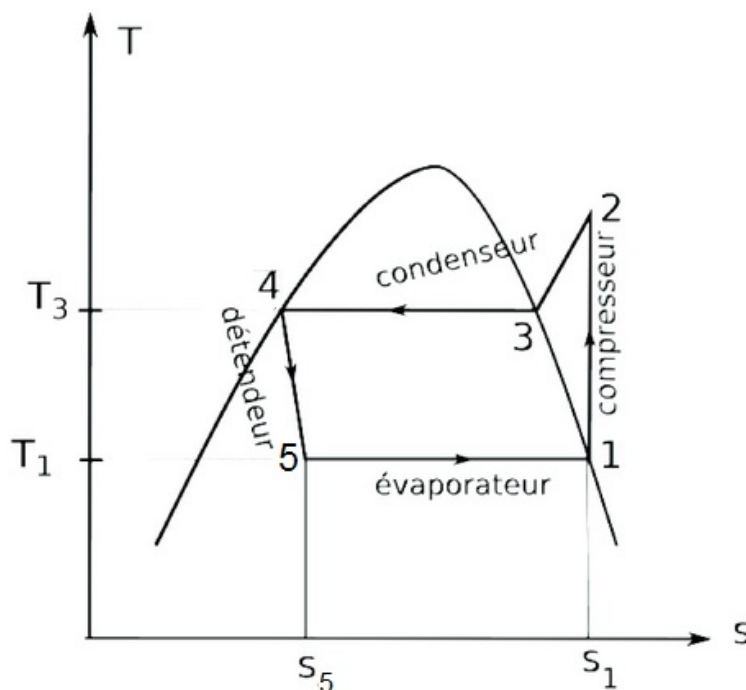


Figure 6 : Allure du diagramme entropique de l'ammoniac. L'entropie massique s est placée en abscisse et la température en ordonnée. On a représenté la courbe d'équilibre liquide-vapeur et placé les différentes étapes du cycle.

L'ammoniac est considéré comme un gaz parfait à l'état gazeux.

- ★ L'ammoniac sort de l'évaporateur sous forme de vapeur saturante à l'état 1 (pression P_1 , température T_1).
- ★ L'ammoniac gazeux subit ensuite, dans le compresseur, une compression adiabatique et réversible qui l'amène à l'état 2.
- ★ La vapeur subit dans le condenseur une transformation à pression constante : elle est d'abord refroidie jusqu'à la température de l'état 3, notée T_3 , où elle commence à se condenser jusqu'à liquéfaction totale (état 4).
- ★ L'ammoniac liquide passe ensuite dans le détendeur où il subit une détente isenthalpique qui le ramène à la pression initiale $P_5 = P_1$ et à la température T_5 (état 5).
- ★ La vaporisation du liquide restant se termine dans l'évaporateur pour un retour à l'état 1.

Etat	1	2	3	4	5
T en K	$T_1 = 263$	T_2	T_3	T_4	T_5
P en bar	$P_1 = 3,0$	$P_2 = 10$	$P_3 = 10$	$P_4 = 10$	$P_5 = 3,0$
x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
s en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$	$s_1 = 5,8$	$s_2 = 5,8$	$s_3 = 5,3$	$s_4 = 1,4$	$s_5 = 1,45$
h en kJ.kg^{-1}	$h_1 = 1450$	$h_2 = 1620$	$h_3 = 1490$	$h_4 = 320$	$h_5 = 320$

La fraction massique en vapeur sera notée x . Pour un mélange binaire liquide/vapeur, elle a pour expression :

$$x = \frac{m_v}{m_l + m_v} \quad (4)$$

où m_v est la masse de vapeur et m_l est la masse de liquide.

Aide aux calculs pour la partie 3.

$\frac{8,31}{17} = 0,5$	$\frac{263}{3} = 88$	$\frac{1130}{1450} = 0,78$	$\frac{1130}{170} = \frac{20}{3}$
$\frac{0,3}{1,3} = 0,23$	$0,46 \times 130 = 60$	$0,23 \times 130 = 30$	$(\frac{3}{10})^{-0,23} = \frac{4}{3}$

33) Représenter l'allure de ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (Pression P, volume massique v) en utilisant le document réponse n°2.

34) Donner les valeurs numériques de la fraction massique de la vapeur :

- ★ x_1 , dans l'état 1.
- ★ x_3 , dans l'état 3.
- ★ x_4 , dans l'état 4.

3.2.1 Calcul des températures T_2 et T_3

35) Pourquoi l'entropie massique ne varie-t-elle pas entre les états 1 et 2 ?

36) En déduire l'expression de T_2 en fonction de T_1 , P_1 , P_2 et γ .

37) Calculer T_2 .

38) Exprimer la capacité thermique massique à pression constante C_p de l'ammoniac gazeux en fonction de γ , R et de la masse molaire M de l'ammoniac.

39) Exprimer la variation d'enthalpie massique $\Delta h_{2 \rightarrow 3}$ entre les états 2 et 3 en fonction de T_2 , T_3 , M, R et γ .

40) Calculer T_3 .

3.2.2 Calcul de x_5 et de Q_f

41) Justifier que la variation d'enthalpie massique $\Delta h_{5 \rightarrow 1}$ s'écrit :

$$\Delta h_{5 \rightarrow 1} = h_1 - h_5 = (1 - x_5) \Delta h_{vap}(T_1) \quad (5)$$

42) Exprimer puis calculer x_5 en utilisant les données du tableau.

43) À quel niveau du cycle le transfert thermique Q_f est-il reçu par le fluide de la source froide ?

44) Exprimer Q_f en fonction de la masse m de fluide et des enthalpies massiques.

3.2.3 Calcul de l'efficacité η_r du réfrigérateur

45) En écrivant le premier principe de la thermodynamique sur un cycle et en considérant que $(h_1 - h_5) + (h_5 - h_4) + (h_4 - h_2) + (h_2 - h_1) = 0$, montrer que le travail W de compression sur le cycle s'écrit :

$$W = m \times (h_2 - h_1) \quad (6)$$

où m désigne la masse de fluide contenue dans le réfrigérateur.

46) Exprimer puis calculer l'efficacité η_r du réfrigérateur réel.

47) Comparer à l'efficacité calculée à la question 32) et commenter.

4 Énergie électrique au LHC

Le LHC ne fonctionne pas de manière continue. Il fonctionne l'équivalent de 270 jours par an, et ce, 24 heures sur 24. Sa puissance consommée moyenne est de 120 MW.

48) On cherche à déterminer l'énergie consommée annuellement en joules. Poser le calcul puis choisir la bonne réponse parmi : $2,8.10^9$ J / $2,8.10^{12}$ J / $2,8.10^{15}$ J

Lors du fonctionnement du LHC, on dispose, dans chaque faisceau, d'environ $N_1 = 3,01.10^{14}$ protons ayant chacun une énergie de $E_1 = 7,00$ TeV.

49) Calculer l'énergie d'un faisceau en eV puis convertir le résultat en joules.

Dans le « guide du LHC » fourni par le CERN, on lit : « L'énergie totale de chaque faisceau est d'environ 340 MJ, ce qui correspond à l'énergie d'un train de 680 tonnes lancé à pleine vitesse. Une telle énergie suffit à faire fondre environ 500 kg de cuivre... »

50) Quel type d'énergie concernant le train est évoquée dans le texte ? Calculer la vitesse v du train associée à cette énergie.

51) La correspondance « énergie d'un faisceau-énergie du train » annoncée est-elle plausible ?

La température de fusion du métal cuivre vaut $T_f = 1084$ °C. Pour atteindre la température de fusion de ce métal, il faut fournir $400 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ puis, une fois cette température atteinte, il faut fournir 200 J par gramme de métal.

52) Une énergie de 340 MJ est-elle suffisante pour faire fondre 500 kg de cuivre initialement à la température de 84 °C ?

★ *Fin de l'épreuve* ★

Document réponse n°1 pour les questions 3) et 6)

Transitions entre niveaux d'énergie

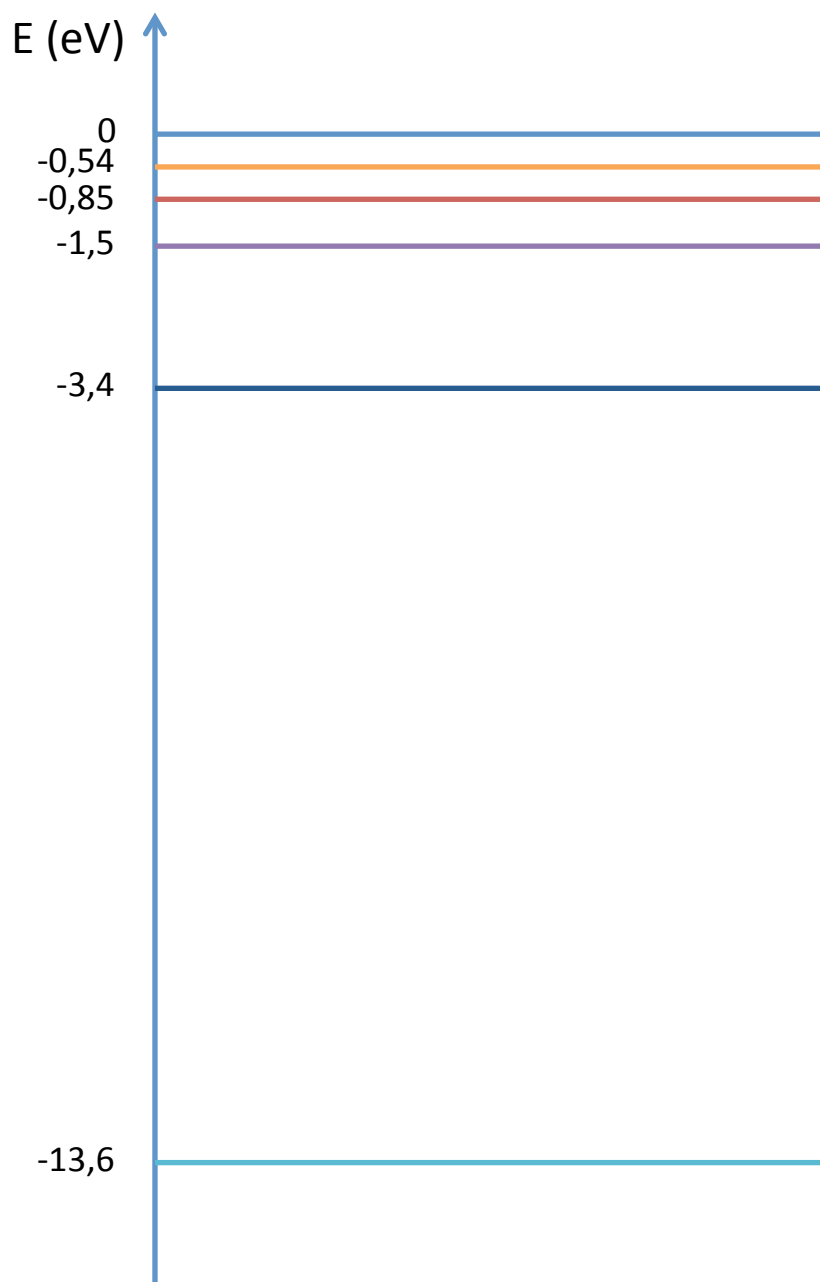


Figure 7 : Diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène

Document réponse n°2 pour la question 33)

Diagramme de Clapeyron (Pression P , volume massique v)

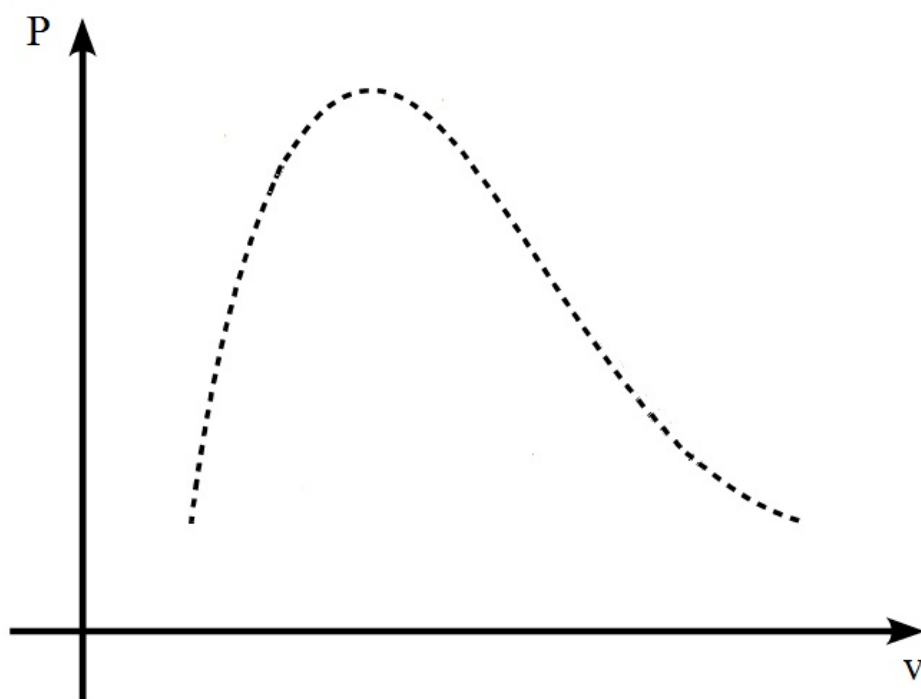


Figure 8 : Diagramme de Clapeyron (P, v)