

En voiture!

Ce problème propose d'étudier plusieurs phénomènes physiques mis en oeuvre dans un véhicule automobile. La première partie étudie la détection de chocs frontaux pour déclencher l'ouverture des airbags. La deuxième partie analyse le fonctionnement des détecteurs de pluie qui permettent l'activation automatique des essuie-glaces. La troisième partie est consacrée à la commande à distance de l'ouverture ou de la fermeture des portes. Enfin la quatrième partie analyse le fonctionnement de la climatisation.

Chaque partie du problème est indépendante.

I. Détection des chocs frontaux et protection des passagers : l'airbag

À bord d'un véhicule, l'airbag est aujourd'hui un des éléments essentiels permettant d'assurer la protection des passagers lors d'un accident.

Le détecteur de chocs qui déclenche l'ouverture de l'airbag est par exemple constitué d'une masse mobile aimantée M retenue par un ressort.

Au cours d'un choc, plus la décélération est importante, plus la masse se déplace. Si le déplacement est suffisamment important, la masse aimantée met en contact électrique deux lames métalliques, ce qui permet ainsi de déclencher l'ouverture de l'airbag.



Ampoule de verre sous vide contenant deux lames métalliques qui se collent lorsqu'elles sont soumises au champ magnétique de la masse mobile M .

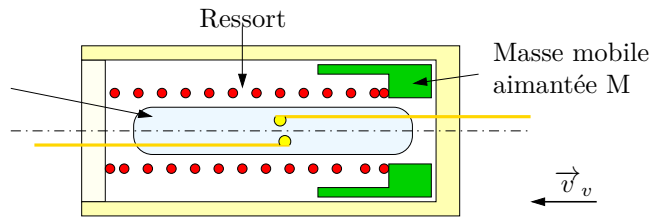


FIGURE 1 – Schéma d'un détecteur de choc et photo du détecteur sur son circuit électrique

On note le référentiel terrestre $\mathcal{R}_t(T, \vec{u}_X, \vec{u}_Y, \vec{u}_Z)$ supposé galiléen. T est un point de la route et $(\vec{u}_X, \vec{u}_Y, \vec{u}_Z)$ une base fixe par rapport à la route.

I.1. Rappeler la définition d'un référentiel galiléen.

I.2. Sous quelles hypothèses de temps et d'espace le référentiel terrestre peut-il être considéré comme galiléen ?

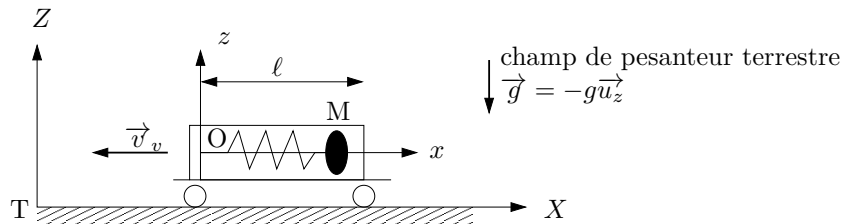


FIGURE 2 – Modélisation du dispositif de détection des chocs installé dans le véhicule

On associe au véhicule étudié un référentiel mobile $\mathcal{R}_v(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

Le véhicule se déplace à la vitesse $\vec{v}_{v/\mathcal{R}_t}(t) = v_v(t) \cdot \vec{u}_X$ par rapport au référentiel terrestre ($v_v < 0$).

Il est équipé d'un système de détection de chocs dont la masse mobile M peut se déplacer suivant la direction Ox . On note m sa masse et $\vec{OM}(t) = x(t) \cdot \vec{u}_x$ son vecteur position dans le référentiel $\mathcal{R}_v$.

Un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 relie le point O et la masse mobile M qui subit lors de son déplacement une force de frottement fluide de type $\vec{F} = -\alpha \cdot \vec{v}$, où $\vec{v} = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_v}$.

On se place dans la suite dans le référentiel mobile lié au véhicule $\mathcal{R}_v$ pour étudier le mouvement de la masse mobile M.

Le véhicule roule à une vitesse v_0 suivant la direction $-\vec{u}_X$ avant de subir un choc frontal à l'instant $t = 0$.

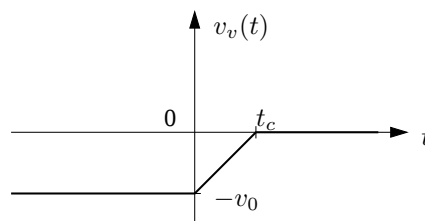


FIGURE 3 – Évolution de la vitesse $v_v(t)$ du véhicule

- **Phase 1** : $t \leq 0$, le véhicule se déplace à vitesse constante $-v_0$:

La longueur du ressort à vide $\ell_0 = 2$ cm est inférieure à la longueur du boîtier ℓ .

I.3. En régime permanent et pour $t \leq 0$, quelle est la valeur de $x(t = 0)$ et de la vitesse $v(t = 0) = \frac{dx}{dt}(t = 0)$ de la masse M dans le référentiel $\mathcal{R}_v$?

- **Phase 2** : $0 \leq t < t_c$, le véhicule subit un choc frontal. Sa vitesse passe de $-v_0$ à 0 en une durée t_c .

I.4. Lorsque le véhicule s'arrête brutalement, dans quelle direction se déplace la masse M ? Justifier.

I.5. Dédurre du graphe de $v_v(t)$ l'évolution temporelle de l'accélération d'entraînement $a_e(t)$ de $\mathcal{R}_v$ par rapport à $\mathcal{R}_t$. On reproduira sur la copie l'évolution temporelle de $v_v(t)$ associée à celle de $a_e(t)$. Montrer que pour $0 \leq t < t_c$, $\vec{a}_e(t)$ peut se mettre sous la forme $\vec{a}_e(t) = a_0 \vec{u}_x$ avec $a_0 > 0$. Préciser l'expression de a_0 .

I.6. Exprimer les deux forces d'inertie qui s'exercent sur la masse mobile M lors de cette phase de décélération.

I.7. Exprimer les autres forces qui s'exercent sur la masse mobile M dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

I.8. En déduire l'équation différentielle du mouvement de M dans le référentiel $\mathcal{R}_v$ sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

On exprimera ω_0 , ξ et x_e en fonction de m , k , ℓ_0 , a_0 et α .

I.9. Quelle est la signification physique de la grandeur x_e ? Justifier.

Le système de déclenchement devant être le plus rapide possible, la valeur du coefficient d'amortissement ξ est inférieure à 1.

I.10. Montrer que $x(t)$ peut se mettre pour $0 \leq t < t_c$ et $\xi < 1$ sous la forme :

$$x(t) = e^{-t/\tau} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) + x_e$$

On exprimera τ et ω en fonction de ω_0 et ξ .

I.11. À l'aide des conditions initiales en $t = 0$ (voir question I.3) montrer que $A = \frac{ma_0}{k}$ et $B = \frac{A}{\tau\omega}$.

I.12. Montrer que la vitesse de la masse M peut se mettre sous la forme $v(t) = -A \left(\frac{1 + \tau^2 \omega^2}{\tau^2 \omega} \right) e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$.

I.13. Représenter l'évolution temporelle de $x(t)$ et $v(t)$ en concordance des temps pour $0 \leq t < t_c$.

On supposera que $t_c \gg T = \frac{2\pi}{\omega}$.

À l'instant $t = t_d > 0$, la vitesse de M s'annule pour la première fois, M est alors au plus près du point O. On note $d = x(t = t_d)$ la distance minimale qui sépare O de la masse M.

I.14. Montrer que $t_d = \frac{\pi}{\omega}$.

I.15. En déduire l'expression de la distance minimale d en fonction de a_0 , m , k , ℓ_0 , τ et ω .

Si la distance minimale devient inférieure à $\ell/2 = \ell_0/2$, la masse mobile aimantée se trouve alors sur le contact électrique qui déclenche l'ouverture de l'airbag.

I.16. En déduire l'expression de la décélération minimale du véhicule $a_{0,min}$ qui déclenche l'ouverture de l'airbag en fonction de ℓ_0 , k , m , ξ .

Les caractéristiques du capteur sont les suivantes : $m = 10$ g, $\xi = 0,5$, $k = 55$ N/m et $g = 9,81$ m · s⁻².

I.17. Vérifier que le capteur est capable de détecter des décélérations de $5g$.

Lorsque la masse M atteint la position centrale, le contact électrique est établi, une décharge électrique est transmise au détonateur de l'airbag. Celui-ci va permettre d'enflammer des pastilles d'azoture de sodium NaN₃, réactif explosif, qui se décompose en diazote N₂ et en sodium Na.

Le dégagement de diazote gazeux permet le gonflement rapide du coussin d'airbag.

Données : $R = 8,314$ J · K⁻¹ · mol⁻¹, $M(\text{Na}) = 23$ g · mol⁻¹ et $M(\text{N}) = 14$ g · mol⁻¹

I.18. Écrire et équilibrer la réaction chimique d'explosion de NaN₃.

Un airbag gonflé contient un volume $V = 70$ L de gaz supposé parfait à pression et température ambiante ($p = 1$ bar et $T = 20$ °C).

Le sodium réagissant immédiatement avec l'environnement, seul le dégagement de N₂ permet le gonflement de l'airbag.

I.19. Déterminer la quantité de matière N₂ nécessaire pour gonfler un airbag.

I.20. En déduire la quantité de matière puis la masse d'azoture de sodium NaN₃ nécessaire.

II. Détection automatique de la pluie

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite sont apparus ces dernières années, comme par exemple la détection automatique de pluie qui commande la mise en route des essuie-glaces.

Disposé à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente DEL projette un faisceau lumineux sur le pare-brise. Un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchie.

Plus il y a d'eau sur la vitre, moindre est la réflexion. Le capteur de pluie pilote ainsi l'essuie-glace en fonction de la quantité d'eau détectée et sélectionne automatiquement la vitesse d'essuyage la plus efficace.

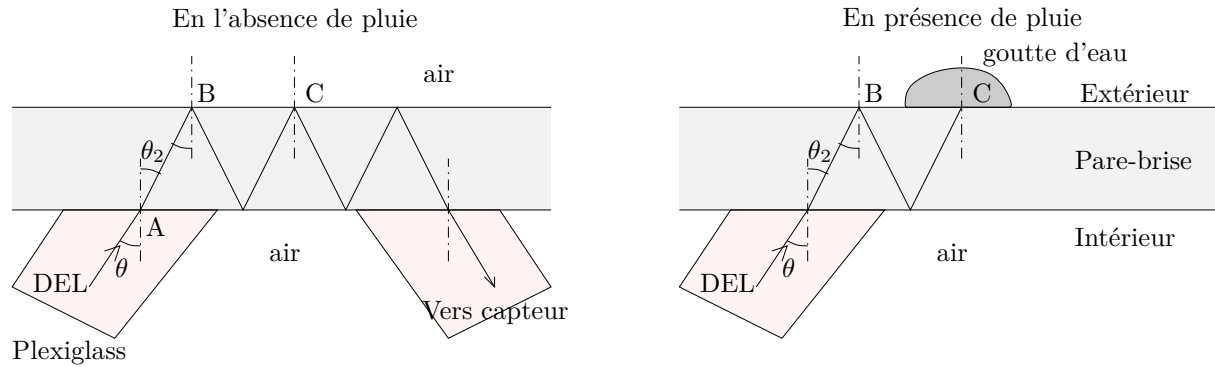


FIGURE 4 – Étude de la propagation du rayon lumineux dans le pare-brise de la voiture

Les rayons lumineux émis par la diode électroluminescente se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglass d'indice optique $n_p = 1,50$. Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de $\theta = 50^\circ$.

On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique $n_v = 1,55$.

L'indice optique de l'eau est $n_e = 1,33$ et celui de l'air $n_a = 1$.

II.1. Calculer la valeur de θ_2 l'angle de réfraction au point A.

II.2. En l'absence de pluie, existe-il un rayon réfracté au point B ou au point C? Justifier.

II.3. En présence d'une goutte de pluie sur le pare-brise, existe-il un rayon réfracté au point C? Justifier.

II.4. Expliquer pourquoi plus il y aura de gouttes sur le pare-brise, moins l'intensité lumineuse reçue par le capteur sera importante.

III. Commande à distance du verrouillage des portes d'un véhicule

Les véhicules modernes disposent de l'ouverture centralisée à partir d'une commande intégrée à la clé. Suivant la fonction que veut mettre en oeuvre l'opérateur (ouverture des portes, fermeture...), un signal est émis par la clé sous forme d'onde électromagnétique.

Rappel :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \vec{\text{rot}} \vec{A} &= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{e}_z \\ \bullet \quad \vec{\Delta} \vec{A} &= \Delta A_x \cdot \vec{e}_x + \Delta A_y \cdot \vec{e}_y + \Delta A_z \cdot \vec{e}_z = \begin{cases} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_x \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_y \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} & \text{sur } \vec{e}_z \end{cases} \end{aligned}$$

- $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \vec{\Delta} \vec{A}$
- $c = 3.10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air
- $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$: perméabilité du vide

III.1. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide. On précisera les unités du champ magnétique $\vec{B}$ et du champ électrique $\vec{E}$.

III.2. Dédurre des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$ dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}(x, t) = E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \vec{e}_z$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et t la variable temporelle.

III.3. À partir de l'expression de $\vec{E}$, préciser la direction et le sens de propagation de l'onde considérée.

III.4. Montrer que cette onde vérifie l'équation de propagation déterminée à la question III.2 à condition que c , ε_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

III.5. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde en fonction de E_0 , c , ω , x , t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

On rappelle l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique ($\vec{E}$, $\vec{B}$) :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

III.6. Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est son unité ?

III.7. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à l'onde considérée.

III.8. On note $\langle \vec{\Pi} \rangle$ la valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ au cours du temps. Exprimer $\langle \vec{\Pi} \rangle$ en fonction de c , E_0 , μ_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

La clé émet une onde de puissance moyenne $\mathcal{P} = 50 \text{ mW}$ répartie uniformément dans toutes les directions de l'espace de manière sphérique.

III.9. Déterminer à $d = 10 \text{ m}$ la valeur de $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle$. En déduire l'intensité du champ électrique E_0 et l'intensité du champ magnétique B_0 de l'onde.

III.10. Comment doit-on placer une antenne constituée d'un cadre conducteur rectiligne formant un carré pour détecter le champ magnétique ? Illustrer votre réponse d'un schéma.

III.11. La fréquence de l'onde émise est $f = 400 \text{ MHz}$. En déduire la valeur de sa longueur d'onde.

IV. Climatisation

La quasi-totalité des véhicules neufs sont aujourd'hui équipés d'une climatisation. Pour refroidir l'air intérieur du véhicule, un fluide frigorigène, l'hydrofluorocarbure HFC connu sous le code R134a, effectue en continu des transferts énergétiques entre l'intérieur, l'extérieur du véhicule et le compresseur.

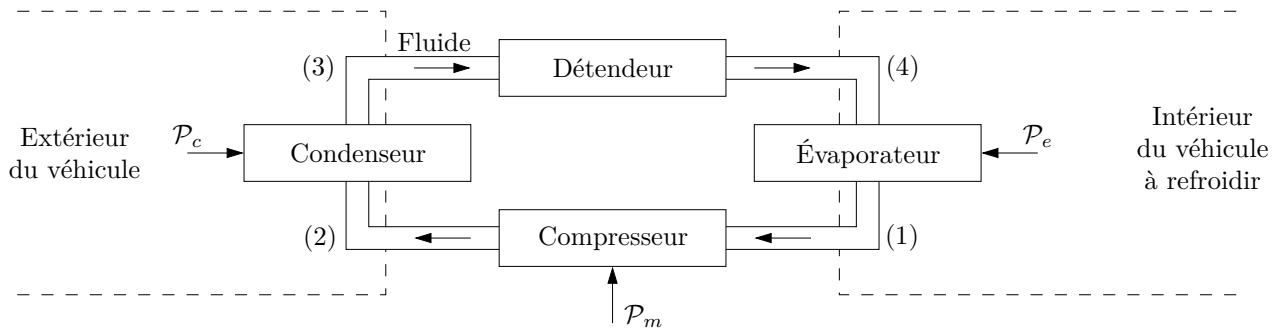


FIGURE 5 – Structure de la climatisation

IV.1. Les chlorofluorocarbures ou CFC comme le fréon, sont des fluides frigorigènes qui ont été très longtemps utilisés. Pourquoi ces fluides ne sont-ils plus utilisés aujourd'hui ?

Sur le diagramme enthalpique (p, h) (figure 6) de l'hydrofluorocarbure HFC, de masse molaire $M = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ sont représentés :

- la courbe de saturation de l'équilibre liquide-vapeur de l'hydrofluorocarbure HFC (en trait fort)
- les isothermes pour des températures comprises entre -40°C et 160°C par pas de 10°C
- les isentropiques pour des entropies massiques comprises entre $1,70 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $2,25 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ par pas de $0,05 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- les isotitres en vapeur sous la courbe de saturation pour des titres massiques en vapeur x_v variant de 0 à 1 par pas de 0,1.
- P est en bar et h en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Lors de l'exploitation du diagramme, les mesures seront faites avec les incertitudes suivantes :

Δh	Δs	Δx	ΔT	Δp
$\pm 5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	$\pm 50 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$	$\pm 0,05$	$\pm 5^\circ\text{C}$	$\pm 5\%$

IV.2. Indiquer sur le diagramme (document réponse) les domaines liquide, vapeur, équilibre liquide-vapeur du fluide.

IV.3. Dans quel domaine du diagramme le fluide à l'état gazeux peut-il être considéré comme un gaz parfait ?

On étudie dans la suite l'évolution du fluide au cours d'un cycle en régime permanent. Le débit massique est $D_m = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

On rappelle l'expression du premier principe appliqué à un système ouvert (ex : le compresseur) en régime permanent :

$$D_m \cdot (h_s - h_e) = \mathcal{P}_w + \mathcal{P}_{th}$$

où :

- D_m le débit massique de fluide entrant, ou sortant du système ouvert,
- $\mathcal{P}_w$ la puissance mécanique algébriquement reçue de l'extérieur par le fluide en mouvement au niveau des parties mobiles du système ouvert,
- $\mathcal{P}_{th}$ la puissance thermique algébriquement reçue de l'extérieur par le fluide en mouvement à travers la paroi entourant le système ouvert,
- h_s et h_e l'enthalpie massique du fluide respectivement en entrée et en sortie du système ouvert.

La puissance thermique $\mathcal{P}_e$ reçue par le fluide dans l'évaporateur permet la vaporisation isobare complète du fluide venant de (4) et conduit à de la vapeur à température $T_1 = 5\text{ °C}$ et pression $p_1 = 3\text{ bar}$: point (1).

IV.4. Placer le point (1) sur le diagramme (document réponse). Relever la valeur de l'enthalpie massique h_1 et de l'entropie massique s_1 du fluide au point (1).

Le compresseur aspire la vapeur (1) et la comprime de façon isentropique avec un taux de compression $r = p_2/p_1 = 6$.

IV.5. Déterminer p_2 . Placer le point (2) sur le diagramme (document réponse). Relever la valeur de la température T_2 et celle de l'enthalpie massique h_2 en sortie du compresseur.

IV.6. Déterminer la valeur de la puissance $\mathcal{P}_m$ du travail mécanique reçu par le fluide lors de son passage dans le compresseur. Commenter le signe de $\mathcal{P}_m$.

Le fluide sortant du compresseur entre dans le condenseur dans lequel il est refroidi de manière isobare jusqu'à la température $T_3 = 60\text{ °C}$: point (3).

IV.7. Placer le point (3) sur le diagramme (document réponse). Relever la valeur de l'enthalpie massique h_3 en sortie du condenseur.

Le fluide sortant du condenseur est détendu dans le détendeur supposé adiabatique jusqu'à la pression de l'évaporateur p_1 : point (4).

IV.8. Montrer que la transformation dans le détendeur est isenthalpique.

IV.9. Placer le point (4) sur le diagramme (document réponse) et tracer le cycle complet. Relever la valeur de la température T_4 et le titre massique en vapeur x_4 en sortie du détendeur.

IV.10. En déduire la puissance thermique échangée $\mathcal{P}_e$ par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur entre (4) et (1). L'air intérieur du véhicule est-il refroidi ?

IV.11. Définir l'efficacité e , ou coefficient de performance, du climatiseur. Calculer sa valeur.

IV.12. Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du fluide sous la pression p_2 . Commenter le résultat obtenu.

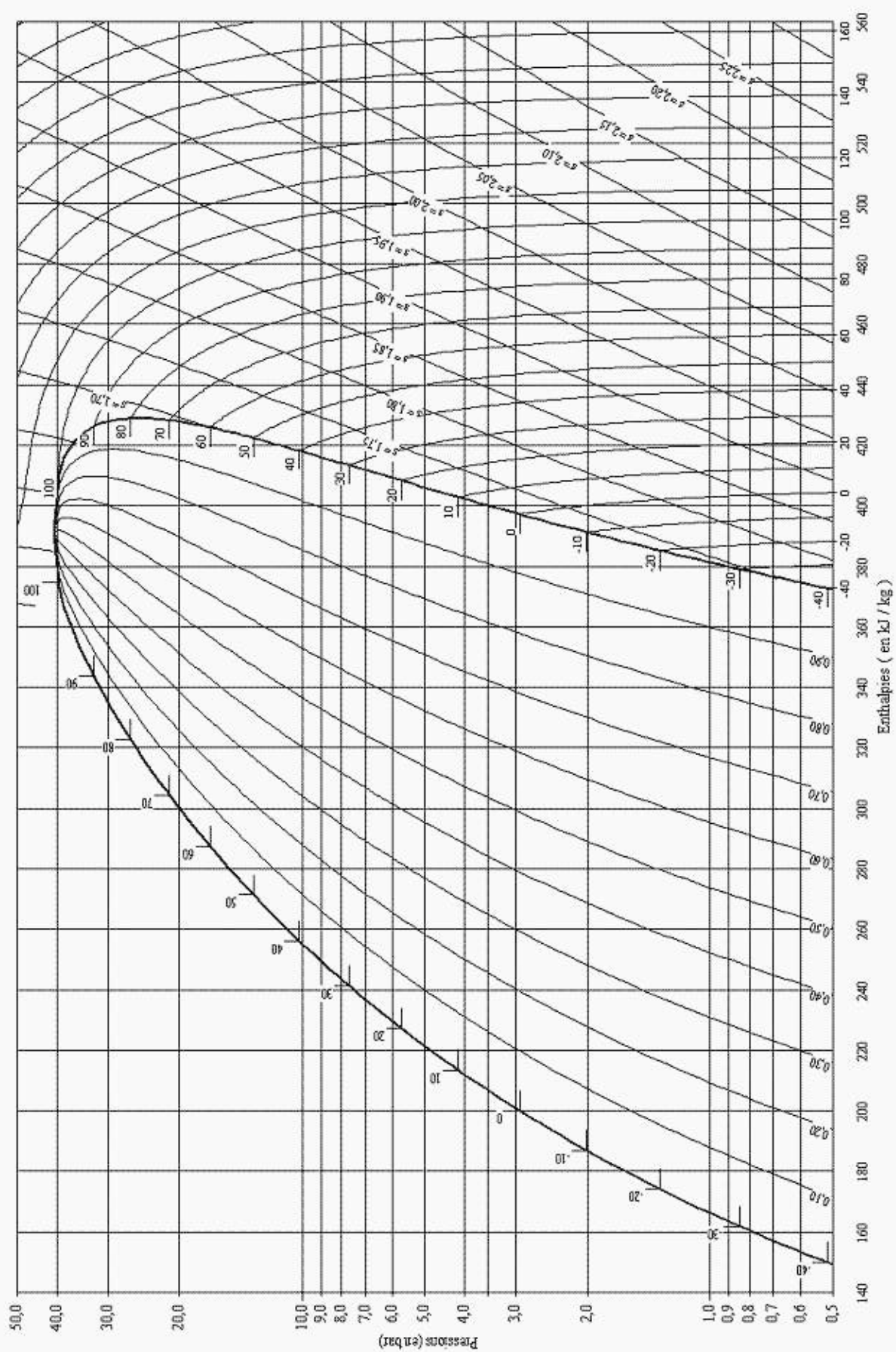


FIGURE 6 – Diagramme enthalpique de l'hydrofluorocarbhone HFC - R134a