Premier Problème

Les Moteurs à combustion interne

Les moteurs à combustion interne, qui comprennent essentiellement les moteurs à allumage commandé (cycle Beau de Rochas) et les moteurs Diesel, sont d'une très grande importance pratique. Ils constituent notamment la quasi-totalité des moteurs des automobiles. Ce problème étudie le fonctionnement théorique de ces moteurs.
Dans tout le problème, les gaz seront supposés parfaits.

1- Combustion de l'hexadécane

On donne les masses molaires des éléments suivants :

$$C : 12\ \text{g.mol}^{-1}\ ;\ H : 1\ \text{g.mol}^{-1}\ ;\ O : 16\ \text{g.mol}^{-1}\ ;\ N : 14\ \text{g.mol}^{-1}.$$

1.1 Le but d'un moteur est de fournir du travail. Dans le cas des moteurs à combustion interne, l'énergie dégagée par une réaction de combustion est partiellement transformée en travail. Le combustible est un hydrocarbure. Le comburant est constitué par l'oxygène de l'air qui décrit le cycle. Dans le cas d'un moteur Diesel, on a notamment la réaction suivante qui fait intervenir l'hexadécane $C_{16}H_{34}$:

$$n_1\ C_{16}H_{34} + n_2\ O_2 \ \rightarrow\ n_3\ CO_2 + n_4\ H_2O$$

Équilibrer cette équation-bilan en déterminant les coefficients stœchiométriques n_1, n_2, n_3, n_4, de façon à ce que ceux-ci soient tous des entiers les plus petits possibles.

1.2 On donne les enthalpies standard de formation, supposées indépendantes de la température, pour les constituants suivants :

Constituant	CO_2	H_2O	O_2	$C_{16}H_{34}$
$\Delta_f H^o$ (kJ.mol^{-1})	$-393,5$	$-241,8$	0	$-372,2$

Calculer numériquement l'enthalpie standard de réaction pour la combustion de l'hexadécane.

1.3 En déduire la valeur numérique du *pouvoir calorifique inférieur*, noté P_{ci}, défini comme étant l'enthalpie de la réaction de combustion précédente par unité de masse de combustible ayant réagi. Comparer avec la valeur donnée pour le gazole (carburant des moteurs Diesel) de $44,8$ MJ.kg^{-1} (on rappelle que $1\ \text{MJ} = 10^6\ \text{J}$).

1.4 Si les réactifs sont dans les proportions stœchiométriques, calculer le rapport de la masse d'air sur la masse d'hexadécane. On admettra que l'air n'est composé que d'azote N_2 à 80% et d'oxygène O_2 à 20% (composition molaire). Dans un moteur Diesel réel, on utilise un excès d'air pour assurer une combustion complète. Le rapport de la masse d'air sur la masse de gazole (qui par ailleurs n'est pas constitué uniquement d'hexadécane) est en fait de 25.

2- Rendement théorique

Pour récupérer, en partie, cette énergie chimique, le principe est le suivant : on comprime un gaz (de l'air mélangé éventuellement à du carburant) dans un cylindre à l'aide d'un piston, lui-même actionné par un système bielle-vilebrequin (cf. figure 1). Le mélange a été préalablement admis dans le cylindre par une soupape d'admission (fermée ultérieurement). En fin de compression a lieu la réaction de combustion (s'il n'y était pas déjà, le combustible est donc injecté dans le cylindre, à ce stade). Une partie de l'énergie dégagée est récupérée sous forme de travail car les gaz résultants de cette réaction repoussent le piston. Les gaz subissent alors une détente (augmentation du volume tandis que le piston est repoussé vers le bas). La rotation de l'arbre conduit, par l'intermédiaire du système bielle-vilebrequin, à la remontée du piston. La soupape d'échappement s'ouvre, ce qui permet l'évacuation des gaz vers l'extérieur. La rotation de l'arbre se poursuivant, le piston redescend. La soupape d'échappement se ferme et celle d'admission s'ouvre et on revient à la phase d'admission.

Pendant un cycle complet, le vilebrequin a donc accompli deux tours et le piston deux allers et retours : le piston descend pendant l'admission, remonte pendant la compression, redescend pendant la détente (après réaction) et remonte pendant l'échappement. Le moteur étudié est donc à quatre temps.

Le but du système bielle-vilebrequin est de transformer les mouvements de translation du piston en mouvement de rotation de l'arbre qui sera transmis aux roues.

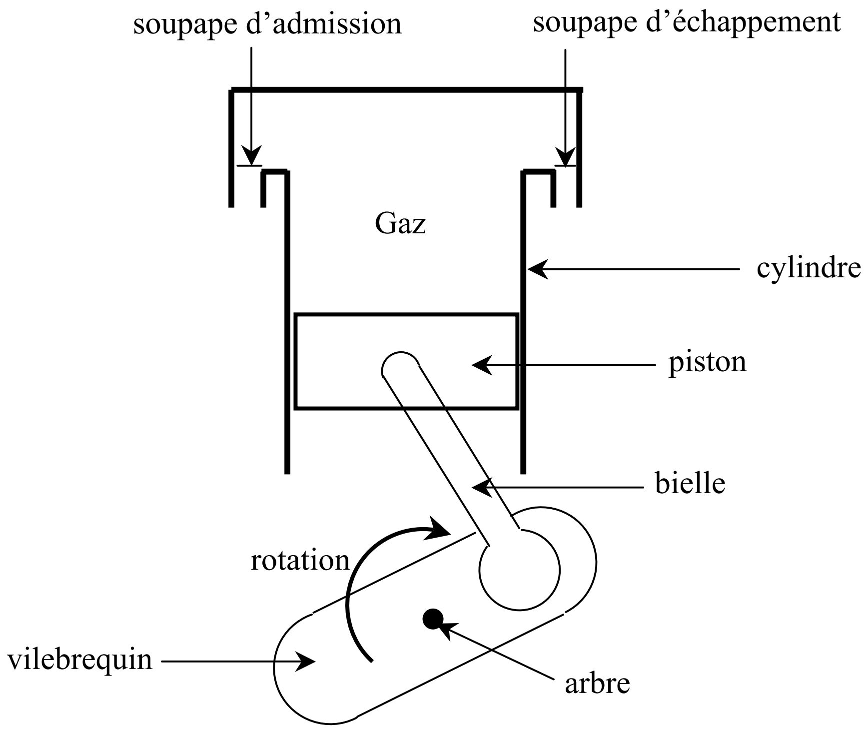

Figure 1

On idéalise le fonctionnement du moteur en considérant que le système fermé constitué de n moles de gaz parfait parcourt le cycle réversible suivant (se reporter au diagramme de Watt donné à la figure 2) :

- Compression adiabatique de A à B ;
- La combustion démarre en B et il s'ensuit une première phase de B à C isochore ;
- La combustion se poursuit dans une phase isobare de C à D ;
- Détente adiabatique de D à E ;
- Phase isochore de E à A.

La combustion est prise en compte de façon abstraite : on ne se préoccupe pas des modifications dans la composition du système dues à la réaction chimique ; on considère que la combustion est équivalente à un apport de chaleur au gaz effectuant le cycle, durant les phases $B \to C$ et $C \to D$.

On adopte les notations suivantes : $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$; $\lambda = \frac{P_C}{P_B}$; $\varepsilon = \frac{V_D}{V_C}$.

On notera C_{vm} la capacité thermique molaire à volume constant de l'air, C_{pm} la capacité thermique molaire à pression constante et $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$. On prendra $\gamma = 1{,}35$.

Les différentes valeurs des pressions et des volumes sont indiquées sur le schéma. On notera de même T_A, T_B, T_C, T_D et T_E les températures respectives des points A, B, C, D et E.

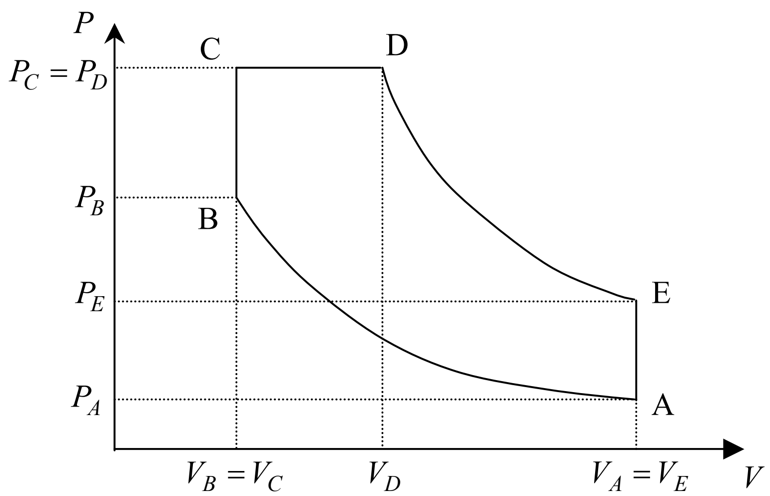

Figure 2

2.1 Écrire la relation entre P_A, P_B, V_A, V_B et γ.

2.2 Exprimer la chaleur Q_{AB} et le travail W_{AB} reçus par le gaz pendant la transformation $A \to B$. On exprimera le résultat en fonction de P_A, P_B, V_A, V_B et γ.

2.3 Exprimer la chaleur Q_{BC} et le travail W_{BC} reçus par le gaz pendant la transformation $B \to C$. On exprimera le résultat en fonction de n, C_{vm}, T_B et T_C.

2.4 Exprimer la chaleur Q_{CD} reçue par le gaz pendant la transformation $C \to D$. On exprimera le résultat en fonction de n, C_{pm}, T_C et T_D.

2.5 Exprimer les chaleurs Q_{DE} et Q_{EA} reçues par le gaz pendant les transformations $D \to E$ et $E \to A$. Exprimer le résultat en fonction des températures des points extrêmes de la transformation étudiée, de *n* et des capacités thermiques molaires.

2.6 Que vaut la variation d'énergie interne ΔU sur un cycle complet (ABCDEA) ?

2.7 En déduire le travail total *W* reçu par le gaz au cours d'un cycle en fonction des chaleurs reçues définies dans les questions précédentes.

2.8 Définir le rendement η du cycle. L'exprimer ensuite uniquement en fonction des chaleurs reçues définies dans les question précédentes.

2.9 Exprimer T_B en fonction de T_A, γ et α.

2.10 Exprimer T_C en fonction de T_A, γ, α et λ.

2.11 Exprimer T_D en fonction de T_A, γ, α, ε et λ.

2.12 Exprimer T_E en fonction de T_A, γ, ε et λ .

2.13 Montrer alors que le rendement peut s’écrire :

$$\eta = 1 - \frac{\lambda\varepsilon^{\gamma} - 1}{\alpha^{\gamma-1}\left[\lambda - 1 + \gamma\lambda\left(\varepsilon - 1\right)\right]}.$$

3- Moteur à allumage commandé

Les moteurs à essence suivent le cycle Beau de Rochas. Le gaz qui entre dans le cylindre durant la phase d’admission est un mélange essence-air. Le combustible est donc présent dans le système durant la phase de compression. La réaction de combustion est déclenchée en B par une étincelle d’allumage (arc électrique) générée par un dispositif appelé bougie. La combustion étant très rapide, on peut considérer qu’elle se fait à volume constant (phase isochore BC). Elle est suivie par la détente. Il n’y a donc pas de phase isobare (en d’autres termes, on pourra représenter le cycle à l’aide du diagramme de Watt de la figure 2 dans lequel les points D et C sont confondus).

3.1 Compte tenu de ce qui précède, simplifier l’expression du rendement donnée à la question 2.13.

3.2 Le coefficient α est appelé rapport de compression volumétrique. Pour avoir le plus grand rendement possible, a-t-on a priori intérêt à le choisir grand ou petit ?

3.3 Si la température en fin de compression (en B) est trop élevée, la combustion peut démarrer spontanément (auto-allumage du mélange) ce qui provoque des vibrations et une détérioration des parois (cliquetis). En admettant que, pour le combustible utilisé, cette température maximale soit de 380°C (653 K), calculer numériquement la valeur maximale $\alpha_{\max}$ du rapport de compression volumétrique. On prendra $T_A = 300$ K.

3.4 Calculer le rendement théorique du moteur pour une valeur du rapport de compression volumétrique égale à la valeur calculée précédente $\alpha_{\max}$.

3.5 On peut améliorer le rapport de compression volumétrique maximal en choisissant soigneusement la composition de l’essence utilisée. Connaissez-vous un indice qui permet d’évaluer la tendance à l’auto-allumage d’un carburant ?

3.6 Une autre manière d’améliorer le rapport de compression volumétrique maximal est de rajouter à l’essence du plomb tétraméthyle ou du plomb tétraéthyle. Quel est l’inconvénient de procéder ainsi ?

4- Moteur Diesel

Dans un moteur Diesel, pour permettre un meilleur rapport de compression volumétrique tout en évitant l’auto-allumage prématuré, le carburant n’est pas mélangé à l’air dans la phase d’admission mais il est injecté après la compression, en B. C’est donc de l’air sans carburant qui subit la compression. La température devient alors très élevée et le combustible injecté s’enflamme spontanément. Il n’y a pas besoin d’étincelle d’allumage. L’injection est progressive et réglée de telle manière qu’on pourra considérer que la combustion est uniquement isobare. Ainsi, il n’y a pas d’étape isochore BC (en d’autres termes, on pourra représenter le cycle à l’aide du diagramme de Watt de la figure 2 dans lequel les points B et C sont confondus).

4.1 Compte tenu de ce qui précède, simplifier l’expression du rendement donnée à la question 2.13.

4.2 Le rapport de compression volumétrique α étant supposé égal à 22, déterminer la température T_B en fin de compression si $T_A = 300$ K.

4.3 Supposons qu’une automobile à moteur Diesel roule à la vitesse constante de 100 km.h^{-1}, avec une consommation constante de 6 litres de gazole par 100 km parcourus. Le moteur tourne à la vitesse angulaire, elle aussi constante, de 2000 tours par minute. Quelle est la masse de carburant injectée à chaque cycle dans le moteur (on n'oubliera pas qu'il y a deux tours de moteur lorsque le cycle est décrit une fois) ? On donne la masse volumique du gazole : $\mu = 850$ kg.m^{-3}.

4.4 La réaction de combustion étant totale, en déduire la chaleur fournie, durant la phase de combustion, au gaz parcourant le cycle. On prendra la valeur $P_{ci} = 44{,}8$ MJ.kg^{-1} pour le pouvoir calorifique inférieur (se reporter à la question 1.4 pour la définition).

4.5 La masse d'air parcourant le cycle vaut 25 fois la masse de carburant injecté. Cette masse d'air reçoit la chaleur calculée à la question précédente (dans le cadre de la modélisation effectuée, on ne se préoccupe plus de la masse de carburant ni des produits de la réaction). Dans ces conditions, calculer la température T_D en fin de combustion (on rappelle que $T_B = T_C$ pour le moteur Diesel). On donne :

Masse molaire de l'air : $M = 29$ g.mol^{-1} ; Capacité thermique molaire à pression constante : $C_{pm} = 32$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

4.6 En déduire la valeur numérique du rendement théorique de ce moteur Diesel.

Second Problème

Quelques propriétés de l'eau

5- L'Eau, solvant polaire

5.1 Soit un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\vec{p}$. On le suppose constitué d'un ensemble rigide de deux charges $-q$ et $+q$, placées respectivement aux points A_- et A_+. On note $\vec{a} = \overrightarrow{A_-A_+}$. Rappeler l'expression du moment dipolaire $\vec{p}$ en fonction de q et de $\vec{a}$.

5.2 Ce dipôle est placé au point O dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$. Ce champ est créé par des sources (autres que le dipôle) dont on ne se préoccupera pas. On rappelle que les actions mécaniques subies par un dipôle placé dans un champ électrique uniforme se réduisent à un couple de moment résultant $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$. Déterminer les positions d'équilibre du dipôle.

5.3 L'énergie potentielle du dipôle dans le champ $\vec{E}$ a pour expression $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. On note θ l'angle entre $\vec{E}$ et $\vec{p}$, orienté selon le schéma suivant (figure 3) :

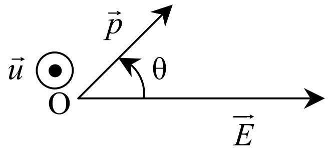

Figure 3

Exprimer E_p en fonction de p, E et θ et tracer le graphe de E_p en fonction de θ.

5.4 Retrouver, à partir de l'énergie potentielle, les positions d'équilibre et déterminer leur stabilité.

5.5 Le moment cinétique du dipôle en O s'écrit $J\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire sur l'axe passant par O et orthogonal au plan défini par $\vec{p}$ et $\vec{E}$ et orienté selon la figure 3. La grandeur J est une constante positive du système, appelée moment d'inertie. Initialement, le dipôle est écarté de sa position d'équilibre stable. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ.

5.6 En déduire la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.

5.7 Écrire une formule de Lewis de la molécule d'eau.

5.8 Expliquer pourquoi la molécule d'eau est assimilable à un dipôle électrostatique.

5.9 On considère une solution aqueuse de chlorure de sodium. Décrire, à l'aide d'un schéma, comment se disposent les molécules d'eau autour d'un ion chlorure Cl^- hydraté et autour d'un ion sodium Na^+ hydraté.

6- Indice de réfraction de l'eau

On notera *n* l'indice de réfraction de l'eau. On donne $n = 1,33$.

6.1 On considère un dioptre plan horizontal séparant de l'air (d'indice 1) au-dessus et de l'eau (d'indice *n*) au-dessous. Un rayon lumineux arrive de haut en bas sur le dioptre avec une incidence *i*. Représenter le rayon réfracté dans l'eau et donner la relation entre l'angle de réfraction *r* et l'angle *i*.

6.2 On plante une épingle au centre d'un bouchon de liège en forme de disque de rayon *a* (on ne se préoccupera pas de son épaisseur). On fait flotter le bouchon sur de l'eau, l'épingle vers le bas. Le bouchon de liège s'enfonce d'une profondeur négligeable dans l'eau. L'épingle dépasse du bouchon d'une longueur *h*. On se reportera à la figure 4 ci-dessous.

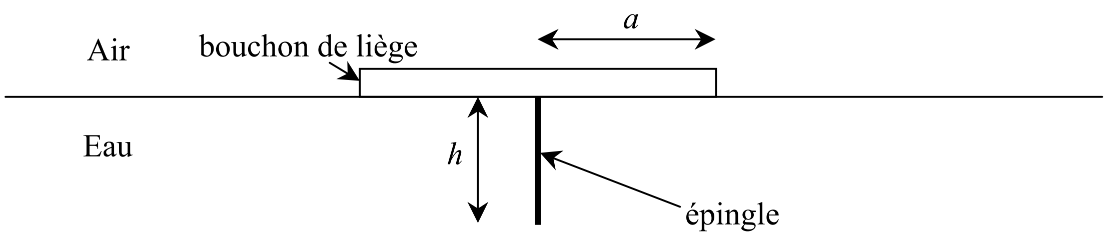

Figure 4

On observe depuis un point situé au-dessus de l'eau. Si la longueur *h* n'est pas trop grande, on constate qu'il est impossible de voir l'épingle, quelle que soit la position de l'observateur au-dessus de l'eau. Expliquer le phénomène.

6.3 Calculer la longueur maximale h_0 de h pour que l'épingle soit absolument invisible depuis l'air. Le rayon du disque vaut $a = 3$ cm.

6.4 On cherche à mesurer l'indice de réfraction de l'eau par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte d'eau sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°. On éclaire cette goutte d'eau en lumière monochromatique en prenant bien soin qu'elle soit aussi éclairée en incidence rasante. À l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme. Se reporter à la figure 5 ci-dessous.
L'indice de réfraction du verre constituant le prisme est $N = 1,625$. Dessiner la marche du rayon lumineux rasant se réfractant en I.

6.5 On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergent correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure 5). Exprimer θ en fonction de n et de N. Calculer numériquement θ.

6.6 Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction d'un liquide qu'on peut mesurer avec ce réfractomètre ?

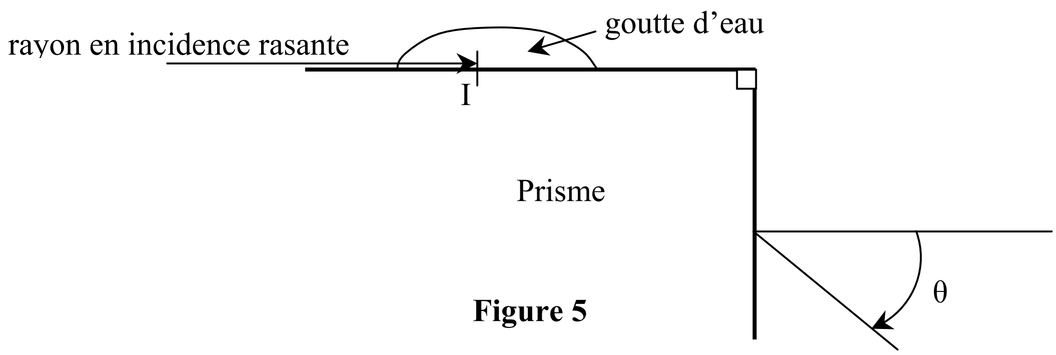

Figure 5

7- Viscosité de l'eau

7.1 Un grain de sable sphérique, de rayon $R = 0,050$ mm, de volume $\frac{4}{3}\pi R^3$, de masse volumique $\rho = 2,6.10^3$ kg.m^{-3}, tombe verticalement en chute libre dans de l'eau.

On donne l'accélération de la pesanteur $g = 9,8$ m.s^{-2}. On notera Oz l'axe vertical *descendant* et $\vec{u}_z$ un vecteur unitaire sur cet axe.

Ce grain de sable subit, outre son poids, une force exercée par l'eau qui, dans les conditions de l'expérience, se décompose en deux termes :

– Une force verticale, dirigée vers le haut, d'expression $\overrightarrow{F_1} = -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_e g\, \vec{u}_z$ où ρ_e est la masse volumique de l'eau ($\rho_e = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}) ;
– Une force de frottement qui s'oppose au mouvement et dont l'expression est $\overrightarrow{F_2} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où η est un coefficient appelé *coefficient de viscosité* et $\vec{v}$ le vecteur vitesse du grain de sable.

Le vecteur vitesse du grain de sable s'écrit $\vec{v} = v\,\vec{u}_z$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v. On notera $\Delta\rho = \rho - \rho_e$.

7.2 Montrer que le grain de sable atteint une vitesse limite v_{lim} que l'on exprimera en fonction de R, g, $\Delta\rho$ et η. On mesure $v_{\text{lim}} = 8,7.10^{-3}$ m.s^{-1}. Calculer numériquement la viscosité de l'eau dans les conditions de l'expérience (l'unité de viscosité dans le système international est le Pa.s).